

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УНИТАРНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ  
ИМ. А.И.АЛИХАНОВА

На правах рукописи

Чернодуб  
Максим Николаевич

**ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ  
КАК ПРОБНИКИ НЕПЕРТУРБАТИВНЫХ  
СВОЙСТВ КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКИ**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Москва 2007

УДК 530.12

Работа выполнена в ГНЦ РФ – “Институте теоретической и экспериментальной физики”  
им. А.И.Алиханова

Официальные  
оппоненты: доктор физ.-мат. наук, профессор Г. Е. Воловик  
(Институт Теоретической Физики им. Л.Д.Ландау РАН,  
г. Черноголовка, Московская область)

доктор физ.-мат. наук, Д. И. Дьяконов  
(ПИЯФ им. Б.П.Константинова РАН,  
г. Гатчина, Ленинградская область)

академик РАН, профессор В. А. Рубаков  
(Институт Ядерных Исследований РАН, г. Москва)

Ведущая  
организация: ГНЦ РФ ИФВЭ,  
(г. Протвино, Московская область)

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2007 г. в \_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета  
Д.201.002.01 в конференц-зале ГНЦ РФ ИТЭФ по адресу г.Москва, ул. Б. Черемушкинская,  
д.25

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГНЦ РФ ИТЭФ.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

В.В.Васильев

# 1. Общая краткая характеристика работы

Работа посвящена изучению непертурбативных свойств квантовой хромодинамики и основана, в своей большей части, на применении методов физики конденсированных сред к теории сильных взаимодействий. Заметная часть работы уделена различным структурам глюонных и кварковых полей с сохраняющимися топологическими квантовыми числами. Динамические свойства этих структур, изучение которых проводилось как с помощью численных методов так и аналитически, позволяют по-новому взглянуть на ряд непертурбативных эффектов сильных взаимодействий.

## 1.1. Актуальность проблемы

Одной из самых важных проблем современной квантовой теории поля является объяснение явления удержания цвета в сильных взаимодействиях, описываемых квантовой хромодинамикой. В настоящее время различные подходы к этой сложной задаче обсуждаются во множестве исследовательских работ, публикующихся как в Российских так и в зарубежных научных изданиях. Основная часть диссертации посвящена новым подходам именно к этому неразгаданному свойству материи и нашла отражение в многочисленных публикациях автора диссертации в ведущих мировых журналах.

Заметная часть диссертации посвящена другой, не менее актуальной, проблеме физики сильных взаимодействий – поведению среды при температурах, при которых кварки уже неспособны составлять бесцветные состояния в термически возбужденной глюонной среде. Этот режим, известный как кварк-глюонная плазма, является существенно непертурбативным, и автор диссертации использует численные и аналитические методы для подхода к этой нетривиальной задаче. Несомненно, обсуждаемая задача является чрезвычайно актуальной как в связи со стремительным накоплением новых данных в уже идущих экспериментах, так и в связи с планируемым запуском новых экспериментов на строящихся установках по столкновению тяжелых ионов, где предположительно может быть получена кварк-глюонная плазма.

Следует также отметить изучение непертурбативных свойств низкоразмерных калибровочных моделей с динамическими полями материи и без них. Эти модели описывают аспекты различных систем коррелированных электронов, например, такие как фазовая структура этих систем и свой-

ства проводимости. Одновременно, обсуждаемые низкоразмерные модели имеют отношение к физике сильных взаимодействий, поскольку описывают эффекты, аналогичные наблюдаемым эффектам в квантовой хромодинамике. Изучение свойств обеих упомянутых систем, высокотемпературных сверхпроводников и кварк-глюонной среды, является актуальной проблемой современной физики.

## 1.2. Цели диссертации

1. Определение динамики топологических объектов в КХД и роли этих объектов в непертурбативных проявлениях теории;
2. Изучение непертурбативных свойств высокотемпературной области и природы температурного перехода в КХД;
3. Поиск связи различных систем физики конденсированных сред с квантовой теорией поля, в частности, с КХД и с (минимальной) моделью электрослабых взаимодействий;
4. Поиск новых механизмов удержания цвета;
5. Исследование свойств КХД с динамическими кварками и без них из первых принципов с помощью численных расчетов, выполненных на (супер)компьютерах.

## 2. Результаты, выносимые на защиту

1. Введен новый топологический калибровочно-инвариантный объект в КХД, “внедренный кварковый монополю”, который характеризуется сохраняющимся магнитным зарядом, определяется с помощью кварковых мод в глюонных полях и разрушает киральный конденсат.
2. Показано, что температурный переход адронная фаза–кварк-глюонная плазма в КХД при малых плотностях кварков сопровождается перколяцией внедренных монополей и, таким образом, соответствует температурному переходу типа Кертежа.
3. Указано, что выше критической температуры  $T_c$  фазового перехода монополе-подобные конфигурации глюонов в теории Янга-Миллса ведут себя как жидкость, которая, испаряясь при дальнейшем повышении температуры, превращается в плотный кулоновский газ монополей. Переход “монополярная жидкость”—“монополярный газ”, происходящий в окрестности  $T \approx 2T_c$ , подобен нефазовому переходу вода-пар выше трикритической точки.

4. Предложены новые непертурбативные подходы к динамике глюонов, основанные на аналогиях с физикой конденсированных сред. В частности, показана связь неабелевой теории поля (в простейшем случае двух цветов) с моделью нематического жидкого кристалла, что подтверждается совпадением рода перехода, и класса универсальности этих разных систем.
5. Описано разделение спиновых и зарядовых переменных в теории поля, по аналогии с похожим явлением в физике конденсированного состояния. Показано, что известные монополярные и вихревые классические решения стандартной модели электрослабых взаимодействий естественно интерпретируются в разделенных (изо)спинорных и (гипер)зарядовых переменных, демонстрируя связь этой теории поля с физикой конденсированных сред.
6. Предложен новый образный калибровочно-инвариантный объект в глюонных полях, являющийся аналогом топологического дефекта в пространстве (Вильсоновских) петель. С помощью численных расчетов в  $SU(2)$  теории явно продемонстрировано резкое увеличение плотности евклидово-статических объектов этого типа в высокотемпературной фазе глюодинамики по отношению к низкотемпературной фазе.
7. Подробно изучен большой класс моделей с компактными абелевыми калибровочными полями и со скалярными полями материи в  $(2+1)$  измерениях. Показано, что помимо таких известных свойств как удержание (конфайнмент) цвета и наличие массовой щели, эти модели успешно моделируют многие важные эффекты в неабелевых калибровочных теориях, а именно:
  - появление аномальной размерности в пропагаторе глюонов;
  - наличие непертурбативных поправок к энергии взаимодействия зарядов на малых расстояниях;
  - разрыв и устойчивость удерживающих струн в различных представлениях калибровочной группы;
  - влияние температуры и полей материи на топологические объекты (образование инстантонных молекул и появление монополярно-вихревых цепей);
  - понижение критической температуры за счет присутствия полей материи;
  - возникновение перехода Кертежа благодаря полям материи.
8. Изучена сложная фазовая структура и топологические аспекты компактной абелевой модели с двумя скалярными полями разных заря-

дов. Эта модель описывает разнообразные физические явления в физике конденсированных сред, от ферромагнетизма и сверхтекучести до, предположительно, некоторых аспектов высокотемпературной сверхпроводимости. Найден новый эффект усиления рода фазового перехода при наложении более слабых фазовых переходов.

## 2.1. Научная новизна и практическая значимость

Все представленные на защиту результаты являются оригинальными и (на момент опубликования) новыми разработками автора диссертации. Результаты опубликованы в ведущих Российских и зарубежных журналах, докладывались на международных конференциях и представлены в виде тезисов в трудах этих конференций. Работы известны в научном сообществе и цитируются в работах других авторов в близких областях теоретической физики. Среди новых результатов следует отметить следующие:

- впервые предложен калибровочно-инвариантный объект монопольного типа в квантовой хромодинамике;
- впервые указано на то, что температурный переход адронная фаза–кварк-глюонная плазма является переходом Кертежа по отношению к перколяции этих объектов;
- впервые показано, что магнитные глюонные степени свободы обладают свойствами жидкости над точкой фазового перехода в сильно-взаимодействующей глюонной системе.

Изучение автором большого класса низкоразмерных моделей продемонстрировало существование новых качественных связей этих относительно простых систем со сложной средой сильновзаимодействующих кварков и глюонов. Помимо этого, автором предложены новые подходы к непертурбативным эффектам квантовой хромодинамики, основанные на аналогиях с физикой конденсированных сред (в частности, предложена связь неабелевой теории с нематическим жидким кристаллом и использована идея разделения спиновых и зарядовых переменных). Эти шаги, несомненно, имеют практическую ценность в понимании сложных свойств квантовой хромодинамики.

Научная и практическая ценность представляемой диссертации заключается в возможности применения полученных результатов в дальнейших исследованиях физики сильных взаимодействий.

## 2.2. Апробация диссертации и публикации

Результаты, представленные в диссертации, докладывались на теоретических семинарах ИТЭФ, ФИРАН (Москва), Университетов и Институтов гг. Осака, Хиросима, Киото, Каназава (Япония), Берлина, Лейпцига, Мюнхена (Германия), Феррара (Италия), Амстердама и Лейдена (Нидерланды), Тура, Марселя и Парижа (Франция) и также представлялись в 36 докладах на международных конференциях, симпозиумах и рабочих встречах. Тезисы 34 докладов опубликованы в трудах конференций.

В основу диссертации легли результаты исследований, опубликованные в 54 работах в рецензируемых журналах.

## 3. Краткое содержание диссертации

Диссертация состоит из семи глав.

**В первой главе** обосновывается актуальность темы диссертации и делаются общие вводные замечания о предмете исследования в целом. В начале каждой последующей главы расположен раздел с более подробным введением в предмет изучения данной главы, затем следуют разделы, представляющие научные результаты, и завершает главу раздел, содержащий заключение и обсуждение результатов.

В тексте автореферата, приведенном ниже, основные научные результаты каждой главы кратко характеризуются в общих словах, а наиболее яркие утверждения приводятся в более развернутом виде.

**Во второй главе** представлено два результата: во-первых, вводится новый класс топологических объектов в квантовой хромодинамике, названных “внедренные кварковые монополи”; во-вторых, показано, что температурный переход в КХД с реальными массами кварков может быть представлен как переход Кертежа по отношению к перколяционным свойствам внедренных монополей. Глава основана на публикациях [1, 2].

Кинематически, внедренные монополи в КХД похожи на монополи Намбу, которые являются внедренными дефектами в Стандартной модели электрослабых взаимодействий. Монополи Намбу определяются по отношению к составному  $SO(3)$  полю,

$$\chi^a(x) = -\Phi^\dagger(x)t^a\Phi(x), \quad t^a = \tau^a/2, \quad a = 1, 2, 3, \quad (1)$$

преобразующемуся в присоединенном представлении калибровочной изоспинной подгруппы, где  $\Phi(x) = (\phi_1(x), \phi_2(x))^T$  – скалярный дублет Хиггса, преобразующийся по фундаментальному представлению.

В низкотемпературной фазе поле  $\Phi$  приобретает нетривиальное вакуумное среднее,  $\langle \Phi \rangle = (0, \eta)^T$ , через которое выражается также среднее от квадрата составного поля (1)

$$\langle \vec{\chi}^2 \rangle = \langle \vec{\Phi}^2 \rangle^2 \equiv |\eta|^4. \quad (2)$$

В определении монополя Намбу составное поле  $\chi^a$  рассматривается как поле Хиггса в модели Джорджи-Глэшоу, а сам монополь Намбу является подобием монополя 'т Хофта-Полякова. Ток монополя Намбу

$$k_\nu^{\text{EW}} = \frac{g}{4\pi} \partial_\mu \tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu} \equiv \int_C \frac{\partial X_\nu^c(\tau)}{\partial \tau} \delta^{(4)}(x - X(\tau)), \quad \tilde{\mathcal{F}}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \mathcal{F}_{\mu\nu}, \quad (3)$$

имеет  $\delta$ -подобную сингулярность на траектории монополя  $\mathcal{C}$ , параметризованной 4-вектором<sup>1</sup>  $x_\mu = X_\mu^c(\tau)$ . Калибровочно-инвариантное положение монополя определяется с помощью тензора 'т Хофта,

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}(\chi, W) = F_{\mu\nu}^a \hat{\chi}^a + \frac{1}{g} \epsilon^{abc} \hat{\chi}^a (D_\mu^{\text{ad}} \hat{\chi})^b (D_\nu^{\text{ad}} \hat{\chi})^c, \quad \hat{\chi}^a = \frac{\chi^a}{|\vec{\chi}|}, \quad (4)$$

где  $\hat{\chi}^a \equiv \hat{\chi}^a(\Phi)$  – единичный вектор, указывающий на направление  $\chi$ -поля (1) в  $SO(3)$  пространстве,  $F_{\mu\nu}^a \equiv F_{\mu\nu}^a(W)$  – тензор напряженностей для калибровочного  $SU_L(2)$  поля  $W_\mu^a$ , и  $(D_\mu^{\text{ad}})^{ab} = \delta^{ab} \partial_\mu + g \epsilon^{abc} W_\mu^c$  – ковариантная производная в присоединенном представлении. Монополи определяются по отношению к нарушенной  $U(1)$  подгруппе, определяемой составным полем (1).

Несмотря на топологически сохраняющийся ток (3),  $\partial_\nu k_\nu^{\text{EW}} = 0$ , конструкция (1), (3) и (4) не является очевидной с точки зрения топологии вакуумного многообразия электрослабой модели со спонтанным нарушением калибровочной симметрии вида  $SU_L(2) \times U_Y(1) \rightarrow U_{\text{em}}(1)$ . Другими словами, наличие монополей Намбу не следует из симметрий модели, поскольку вторая гомотопическая группа вакуумного многообразия тривиальна,

$$\pi_2 \left( \frac{SU_L(2) \times U_Y(1)}{U_{\text{em}}(1)} \right) = \mathbb{1}.$$

Согласно приведенному выше определению, монополи Намбу являются монополями 'т Хофта-Полякова, “внедренными” в стандартную модель.

В низкотемпературной фазе составное поле Хиггса (1) принимает большее значение (2), что приводит к большой массе монополя и малой плот-

<sup>1</sup>Греческие индексы  $\mu, \nu, \alpha, \beta, \dots$  принимают четыре значения, соответствующие координатам пространства и времени, в то время как латинские индексы  $i, j, k, \dots$  принимают значения 1, 2, 3 пространственных координат. Латинские буквы  $a, b, c, \dots$  относятся к групповым индексам.

ность этих объектов. В высокотемпературной фазе значение квантового среднего дублета Хиггса  $\eta$  стремится к нулю, поэтому квантовые и температурные флуктуации доминируют в уравнении (2), делая направление составного поля (1) в присоединенной группе  $SO(3)$  практически случайным. Следовательно, плотность монополей, определенных с помощью уравнений (3) и (4), становится большой, приводя к перколяции монополей в этой фазе. Перколяция монополей происходит при определенной температуре, которая при малых массах  $M_H$  поля Хиггса совпадает с фазовым переходом первого рода, а при больших массах (когда фазовый переход отсутствует, уступая место мягкому кроссоверу), перколяция монополей определяет новую линию на фазовой диаграмме модели, “линию Кертежа”. Фазовая диаграмма модели схематически показана на рис. 1(a).

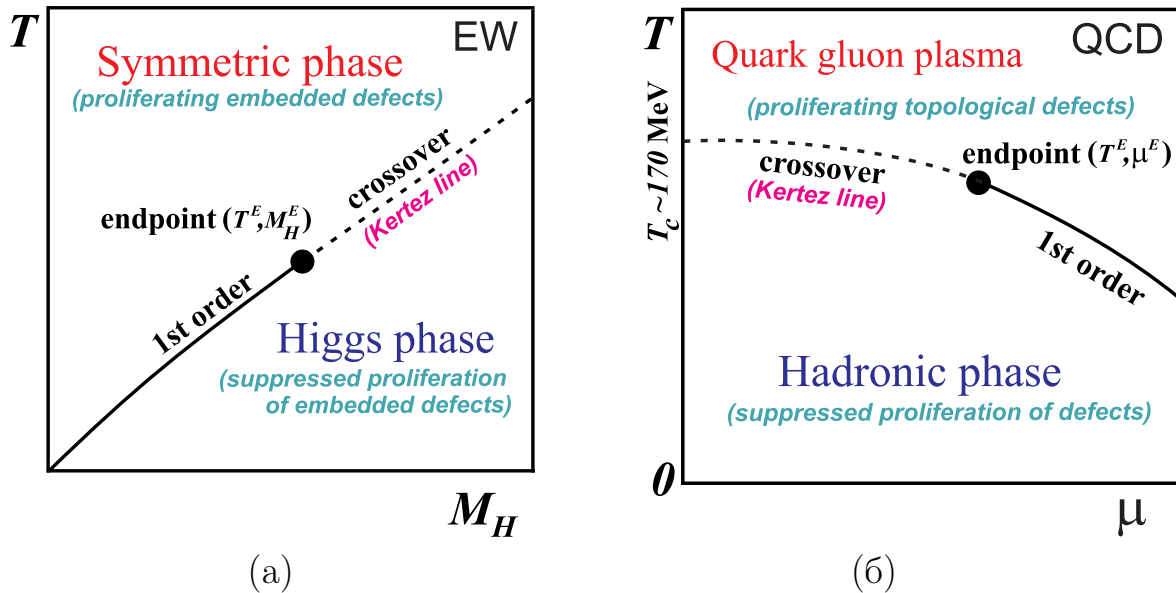


Рис. 1: Фазовые диаграммы (а) модели электрослабых взаимодействий в плоскости “масса Хиггса,  $M_H$ ”–“температура,  $T$ ” и (б) КХД в плоскости “химический потенциал,  $\mu$ ”–“температура,  $T$ ” в окрестности соответствующих трикритических точек. На каждой диаграмме в скобках указаны свойства внедренных топологических дефектов, а трикритическая точка, линия фазового перехода первого рода и линия Кертежа обозначены, соответственно, закрашенной окружностью, сплошной и штриховой линиями.

Переход, связанный с перколяцией объектов, и происходящий при отсутствии термодинамического перехода, называется переходом Кертежа. В простейшем случае этот переход реализуется в ферромагнетике во внешнем магнитном поле и описывается моделью Изинга. Другим примером из физики конденсированного состояния является переход Кертежа при специфических параметрах модели Гинзбурга-Ландау, описывающей обычные сверхпроводники.

В настоящее время считается определенным, что в КХД с реалистичными массами кварков и при отсутствии среды, задаваемой, например, определенным химическим потенциалом, фазовый переход отсутствует. Вместо фазового перехода при высоких температурах имеет место мягкий кроссовер, при котором все термодинамические величины не сингулярны, подобно обсуждавшейся выше области больших масс Хиггса в электрослабой модели. Чтобы определить точку (линию) перехода Кертежа в КХД, в работе [1] вводится внедренный монополю, определяемый, в простейшем случае двух цветов, с помощью КХД-аналога поля  $\chi$ :

$$\xi_{\Gamma}^a(x; A) = \langle \bar{\psi}(x) \Gamma t^a \psi(x) \rangle_A, \quad \Gamma = \mathbb{1}, \gamma_5, \quad (5)$$

где как скалярное  $\xi^a$ , так и псевдоскалярное  $\xi_5^a$  присоединенные поля - действительные скалярные триплеты в изоспиновом пространстве (мы опускаем индекс  $\Gamma = \mathbb{1}$  в  $\xi_{\Gamma}$ ). Уравнение (5) можно понимать как среднее по кварковым петлям в динамическом глюонном поле  $A_{\mu}^a$ , выражающимся через собственные функции  $\psi_{\lambda}(x)$  уравнения Дирака

$$\mathcal{D}[A] \psi_{\lambda}(x) = \lambda \psi_{\lambda}(x), \quad \mathcal{D}[A] = \gamma_{\mu} \left( \partial_{\mu} + i t^a A_{\mu}^a \right) + m \cdot \mathbb{1}, \quad (6)$$

где  $\gamma_{\mu}$  - матрицы Дирака и  $\lambda$  - собственное значение оператора Дирака.

Внедренные монополи в КХД определяются уравнениями (3) и (4), в которых вместо электрослабой триплетной конструкции (1) используется поле (5), составленное из кварковых полей. Благодаря наличию цветной симметрии, составные поля (5) имеют нулевые квантовые средние,  $\langle \xi^a \rangle = \langle \xi_5^a \rangle = 0$ , а динамическое поведение полей (5) характеризуется четырех-кварковыми конденсатами  $\langle \vec{\xi}_{\Gamma}^2 \rangle \equiv \langle \bar{\psi} \Gamma t^a \psi \bar{\psi} \Gamma t^a \psi \rangle$ , с  $\Gamma = 1, \gamma_5$ , которые можно выразить через киральный конденсат  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$  с помощью предположения факторизации,

$$\langle \vec{\xi}_{\Gamma}^2 \rangle = C_{\Gamma} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2, \quad (7)$$

где  $C_{\Gamma}$  - численный фактор. Это уравнение похоже на соотношение (2) стандартной электрослабой модели. Аналогом нарушенной электрослабой симметрии в КХД является нарушение киральной симметрии,  $\langle \bar{\psi} \psi \rangle \neq 0$ , в низкотемпературной фазе, что приводит к большому значению правой части уравнения (7). Следуя развиваемой аналогии, в работе показано, что плотность внедренных монополей в КХД возрастает с увеличением температуры, и, при достижении определенной температуры соответствующей точке Кертежа, монополи образуют перколирующее состояние. Предложенная фазовая диаграмма схематически показана на рис. 1(б).

Внедренный кварковый монополю разрушает киральный конденсат в своей сердцевине, и поэтому увеличение плотности монополей с температурой

согласуется с подавлением кирального конденсата. Заметим, что образование перколирующего состояния внедренных монополей в КХД не приводит к неаналитическому поведению термодинамических переменных в точке перколяции, в отличие от похожих явлений в большинстве сверхпроводящих и сверхтекучих сред.

Помимо аналитических оценок, в главе представлены данные компьютерных расчетов, позволяющие судить о динамических свойствах внедренных монополей в упрощенной неабелевой калибровочной модели с двумя цветами, и подтверждающих сделанные аналитические предположения. Также в работе приведена более сложная конструкция в реальном случае трех цветов и нескольких кварковых ароматов.

**В третьей главе** указано, что выше критической температуры перехода в КХД монополе-подобные конфигурации глюонов ведут себя как жидкость, которая, испаряясь при дальнейшем повышении температуры, превращается в плотный кулоновский газ монополей. Переход “монопольная жидкость”—“монопольный газ”, происходящий при температуре в два раза выше критической температуры, подобен нефазовому переходу вода-пар выше трикритической точки. Глава основана на публикациях [3–15].

В этой главе объектом исследования является высокотемпературная фаза КХД, которая, несмотря на асимптотическую свободу, не описывается пертурбативной теорией, что выражается, например, в известных инфракрасных расходимостях конечно-температурной теории возмущений. Непертурбативность высокотемпературной фазы связана с магнитным сектором теории, и, предположительно, с монополеподобными глюонными состояниями в этом секторе. Одним из возможных способов определения монопольных конфигураций глюонов является фиксация так называемой “абелевой” калибровки, выделяющая диагональные (абелевы) степени свободы в неабелевой калибровочной группе, и одновременно подавляющая недиагональные степени свободы. Тогда монополи определяются как сингулярности в диагональных глюонных полях, которые, предположительно, влияют на пертурбативную физику больших расстояний, в то время как недиагональные глюоны (определенные в абелевой калибровке) оказывают заметно меньшее влияние. Это предположение об абелевой доминантности на больших расстояниях подтверждается рядом численных результатов. В частности, таким является численное исследование глюонных пропагаторов, приведенное в следующей главе диссертации.

Монопольные конфигурации глюонов не могут являться точечными объектами подобно элементарным частицам. Они имеют конечную (протяженную) структуру, что определяет, например, тот естественный факт, что при

асимптотически высоких температурах монополярные степени свободы не могут вводить дополнительную степень свободы в уравнение Стефана-Больцмана, описывающее глюонный газ. Этот факт также согласуется с интуитивно понятным утверждением, что при высоких температурах плотность монополей  $\rho(T)$ , как и все магнитные наблюдаемые, определяется трехмерной (магнитной) константой связи  $g_{3d}^2(T) = g_{4d}^2(T)T$ :

$$\rho(T) = C_\rho g_{3d}^6(T) \propto \left( \frac{T}{\log T/\Lambda} \right)^3, \quad T \gg T_c, \quad (8)$$

где  $C_\rho$  - температурно-независимый безразмерный параметр, и  $\Lambda \sim \Lambda_{\text{QCD}}$  является размерным параметром. Плотность газа точечных монополей была бы заметно выше чем (8), поскольку при высоких температурах она вела бы себя согласно закону Стефана-Больцмана,  $\rho(T) = \zeta(3)/\pi^2 \cdot T^3$ . Тем не менее, поведение (8) можно согласовать с поведением плотности для точечно-подобных частиц,

$$\rho(T) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{N_{\text{d.f.}}}{e^{(\omega_{\mathbf{p}} + \mu)/T} - 1}, \quad (9)$$

предположив высокий химический потенциал для монополей в глюонной среде,  $\mu(T) \sim T \log g_{4d}^{-6}(T) \sim 3T \log \log(T/\Lambda)$ , подавляющий плотность монополей при  $T \gg T_c$  логарифмическим образом,  $\exp\{-\mu/T\} \sim 1/\log^3(T/\Lambda)$ .

Поскольку основные непертурбативные результаты о высокотемпературной фазе получены с помощью численных расчетов, проводимых в евклидовой формулировке теории в формализме мнимого времени, имеет смысл рассмотреть поведение монополярных путей в этом формализме. Главный вопрос, рассмотренный в этой главе, – являются ли монополи евклидовыми квазичастицами, не имеющими отношения к реальным термическим возбуждениям, или же при конечной температуре появляется реальная компонента в монополярной плотности. Наличие химического потенциала формально свидетельствует о возможном наличии реальных термических монополеподобных возбуждений в глюонной плазме.

Рассмотрим монополярные траектории в формализме мнимого времени. В этом подходе конечная температура  $T$  определяется через компактификацию одного из направлений (“времени”),  $x_4$  на окружность длины  $1/T$ . Другими словами, в этом формализме отождествляются точки Евклидова пространства (здесь  $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2, x_3)$  – пространственная координата)

$$x = (\mathbf{x}, x_4 + s/T), \quad s \in \mathbb{Z}, \quad (10)$$

и на языке монополярных траекторий целое число  $s$  имеет смысл намоток во мнимом времени. Кажется очевидным, что свойства реальных монополей

(в отличие от евклидовых объектов, “квазичастиц”), должны быть связаны именно с накрученными траекториями с  $s \neq 0$ , в то время как виртуальные частицы соответствуют  $s = 0$ .

Для простоты, рассмотрим распространение свободной скалярной частицы на языке траекторий. Пропагатор такой частицы дается формулой

$$G(x - y) \propto \sum_{P_{x,y}} e^{-S_{\text{cl}}[P_{x,y}]}, \quad (11)$$

где сумма берется по всем траекториям  $P_{x,y}$  соединяющим точки  $x$  и  $y$ .

Термическое распределение реальных частиц определяется формулой Бозе-Эйнштейна,  $f_T = 1/(e^{\omega_{\mathbf{p}}/T} - 1)$ , которую также можно выразить в виде

$$f_T(\omega_{\mathbf{p}}) = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{G}^{\text{wr}}(\mathbf{p})}{\mathcal{G}^{\text{vac}}(\mathbf{p})}, \quad \mathcal{G}^{\text{wr}} \equiv \sum_{s \neq 0} \mathcal{G}_s, \quad \mathcal{G}^{\text{vac}} \equiv \mathcal{G}_0, \quad (12)$$

через конечно-температурный пропагатор в пространстве импульсов для частиц с числом накруток  $s$ ,

$$\mathcal{G}_s(\mathbf{p}) = \int d^3\mathbf{x} e^{-i(\mathbf{p},\mathbf{x})} G(\mathbf{x}, t = s/T). \quad (13)$$

Здесь  $\mathbf{p} \equiv (p_1, p_2, p_3)$  обозначает 3-импульс частицы, а энергия частицы определяется стандартным выражением,  $\omega_{\mathbf{p}} = (\mathbf{p}^2 + m_{\text{phys}}^2)^{1/2}$ . Пропагатор  $\mathcal{G}^{\text{wr}}$  определяется только накрученными на компактифицированное направление траекториями, в то время как вакуумный пропагатор  $\mathcal{G}^{\text{vac}}$  соответствует распространению частицы при  $T = 0$ . Уравнение (12) явно демонстрирует, что накрученные траектории в евклидовом пространстве соответствуют реальным частицам в пространстве Минковского. Более того, можно явно показать, что плотность реальных частиц  $\rho$  на евклидовом языке соответствует квантовому среднему от числа намоток,  $s$ , в единице трехмерного объема временного разреза  $V_{3d}$

$$\rho(T) = n_{\text{wr}} = \frac{1}{V_{3d}} \langle |s| \rangle. \quad (14)$$

Используя имеющиеся данные для величины (14), полученные ранее другими авторами с помощью решеточного моделирования глюодинамики, в работе впервые замечается, что плотность реальных монополей (14) ведет себя постоянно при температурах от  $T_c$  до  $2T_c$ , подобно жидкости, и потом начинает расти, подобно газу. Эволюция магнитной компоненты глюонной плазмы может быть схематично представлена в виде

$$\begin{array}{ccc} \text{конденсат} & \Longrightarrow & \text{жидкость} & \Longrightarrow & \text{газ} \\ (T < T_c) & & (T_c < T < 2T_c) & & (T > 2T_c) \end{array} \quad (15)$$

Остальная часть главы посвящена изучению безразмерной величины

$$C_{sp} = \frac{\sigma_{sp}(T)}{\lambda_D(T)\rho(T)}, \quad (16)$$

где  $\sigma_{sp}$  – натяжение пространственной струны и  $\lambda_D(T)$  – магнитная длина экранирования в высокотемпературной фазе. Численный расчет этой величины с помощью закрученных монополей с использованием двух независимых методов представлен на рис. 2. Как видно из рисунка, при температурах

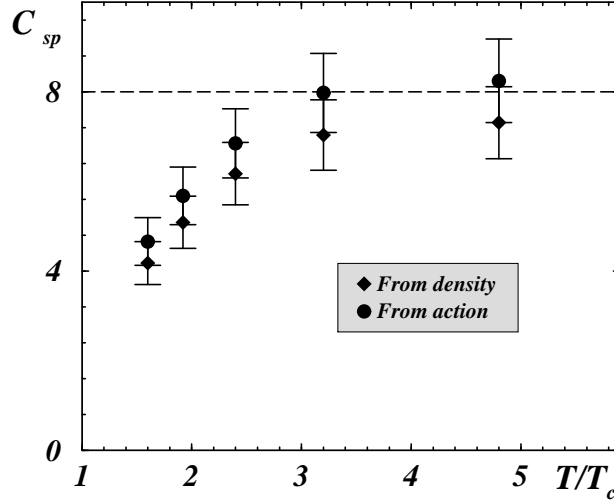


Рис. 2: Проверка кулоновского характера монопольного газа при высоких температурах: величина (16) вычислена исходя из эффективного монопольного действия и из монопольной плотности. Предсказание для кулоновского газа представлено пунктирной линией.

$T \gtrsim 2.5T_c$  монопольный газ ведет себя подобно кулоновскому газу, поскольку при этих температурах выполняется соотношение,

$$C_{sp}(T \gtrsim 2.5T_c) \approx C_{sp}^{\text{theor}} = 8,$$

характерное для кулоновских частиц.

**Червертая глава** диссертации посвящена известной модели дуального сверхпроводника, основанной на гипотезе конденсации определенных монополе-подобных конфигураций глюонов в низкотемпературной фазе. Глава основана на работах [16–33].

Подробно обсуждаются многочисленные физические характеристики вакуума, такие как удержание цвета, род сверхпроводящего вакуума, разрыв струны в присоединенном представлении, внутренняя структура монополей и удерживающих струн, распространение глюонов, спонтанное нарушение киральной симметрии, монопольный конденсат как параметр беспорядка в глюодинамике, отклик монопольного конденсата на внешние поля, и

зависимость механизма дуальной сверхпроводимости от определения монополя. Помимо аналитического исследования ряда описанных выше эффектов представлены также результаты численного моделирования КХД с двумя легкими динамическими кварками, полученные с использованием суперкомпьютеров. Особое внимание уделено обсуждению преимуществ и ограничений подхода дуального сверхпроводника к изучению непертурбативных свойств вакуума, описанных ниже.

1. Распространение глюонов. В абелевой калибровке распространение глюонов определяется пропагаторами диагональных и недиагональных полей. Нами рассматривается распространение глюонов при нулевой температуре, полученное с помощью численного моделирования в Евклидовом пространстве-времени  $\mathbb{R}^4$ . В упрощенном случае двух цветов пропагаторы имеют следующий вид в пространстве импульсов:

$$D_{\mu\nu}^{\text{diag}}(p) = \langle A_\mu^3(p) A_\nu^3(-p) \rangle, \quad D_{\mu\nu}^{\text{offdiag}}(p) = \langle A_\mu^+(p) A_\nu^(-p) \rangle, \quad (17)$$

где калибровочные условия соответствуют Максимальной абелевой калибровке и одновременно наложенной на диагональное поле абелевой калибровке Ландау,

$$\left[ \partial_\mu \mp i A_\mu^3(x) \right] A_\mu^\pm(x) = 0, \quad A_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \pm i A_\mu^2), \quad \partial_\mu A_\mu^3(x) = 0. \quad (18)$$

Общая форма пропагаторов,

$$D_{\mu\nu}(p) = \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} \right) D_t(p^2) + \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} D_l(p^2), \quad (19)$$

определяется скалярными функциями  $D_{t,l} = D_{t,l}(p^2)$ , причем продольная часть пропагатора диагонального глюона,  $D_l^{\text{diag}} = D_l^{\text{diag}}(p^2)$ , равна нулю. Здесь 4-импульс обозначен буквой  $p \equiv (p_1, p_2, p_3, p_4)$ , и также вводится обозначение  $p = (p^2)^{1/2}$ , где введен квадрат импульса  $p^2 \equiv p_\mu^2 = p_1^2 + \dots + p_4^2$ . Три независимых структурных функции  $D_t^{\text{diag}}$  и  $D_{t,l}^{\text{offdiag}}$ , полученные с помощью численного моделирования, показывают, что недиагональный глюон распространяется на больших расстояниях ( $p \rightarrow 0$ ) заметно слабее, чем диагональный (рис. 3), а продольные и поперечные составляющие недиагонального глюона равны в инфракрасной области,  $D_{\mu\nu}^{\text{offdiag}}(p \rightarrow 0) = \delta_{\mu\nu} D_t^{\text{offdiag}}(0)$ .

Пропагатор диагонального глюона в доступной инфракрасной области, соответствующей импульсам  $p \sim 0.3 \dots 1 \text{ GeV}$ , хорошо описывается зависимостью

$$D_t^{\text{diag}}(p^2) = \frac{Z m^{2\alpha}}{(p^2)^{(1+\alpha)} + m^{2(1+\alpha)}}, \quad (20)$$

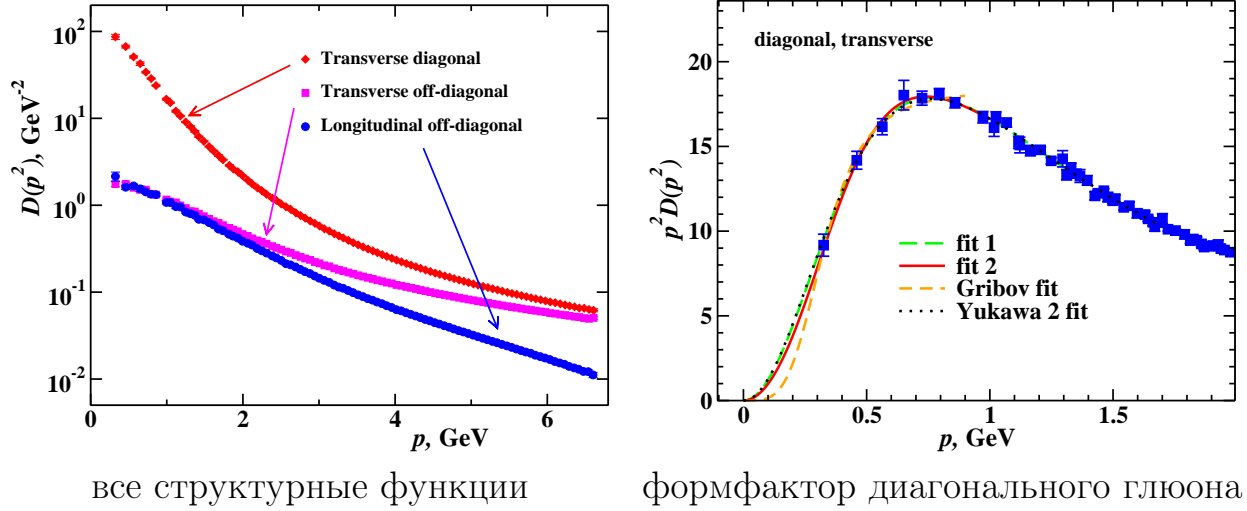


Рис. 3: Структурные функции глюонов в Максимальной абелевой проекции и подгонка фактора диагонального глюона,  $p^2 D_t^{\text{diag}}(p^2)$ , различными пробными функциями.

с “аномальной размерностью”  $\alpha \approx 1/2$ . Как нами показано в шестой главе, это поведение хорошо объясняется вкладом монополе-подобных конфигураций калибровочного поля.

2. Структура хромозлектрической струны. Согласно предсказаниям модели дуального сверхпроводника, поведение монополярного конденсата, электрического поля и распределения плотности монополей в окрестности удерживающей хромозлектрической струны должны качественно описываться зависимостями, представленными на Рис. 4. Подобное поведение полей во-

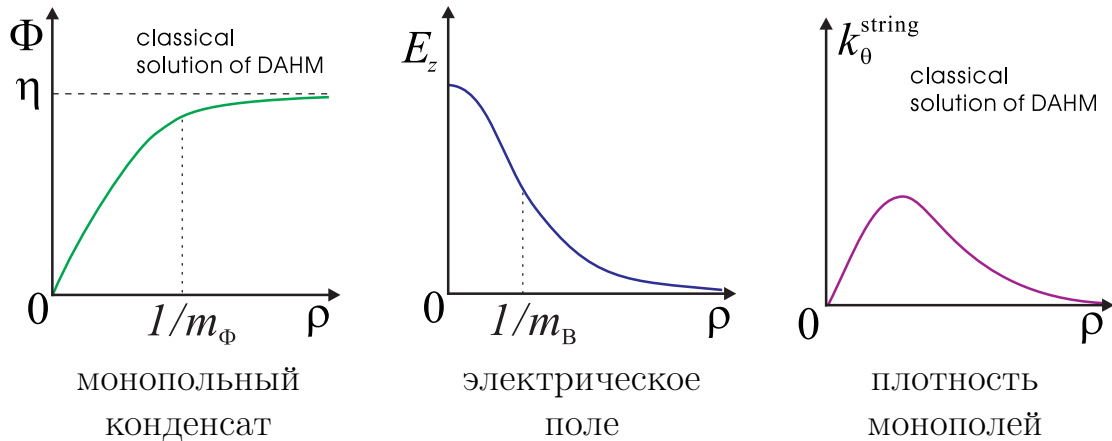


Рис. 4: Качественное поведение монополярного конденсата  $\Phi$ , электрического поля  $E_z$  и распределения плотности монополей  $k_\theta$  вокруг удерживающей хромозлектрической струны в зависимости от поперечного расстояния  $\rho$ .

круг струны подтверждается численными расчетами, с помощью которых можно извлечь такие характеристики дуальной модели вакуума, как глю-

бину проникновения  $\lambda$  дуального поля и длину  $\xi$ , определяющую корреляции между двумя монополями. Однако любопытно заметить, что дуальная сверхпроводимость вакуума проявляется не только в “абелевой” калибровке, но и в такой хорошо исследованной калибровке, как калибровка Ландау, определяемая минимизацией функционала

$$\min_{\Omega} F[A^{\Omega}], \quad F[A] = \int d^4x [A_{\mu}^a(x)]^2, \quad (21)$$

по отношению к калибровочным преобразованиям  $\Omega$  по отношению к группе  $SU(N_c)$  калибровочных преобразований. Локальным условием фиксации калибровки является дифференциальное уравнение  $\partial_{\mu} A_{\mu}^a = 0$ .

В упрощенной модели с двумя цветами,  $N_c = 2$ , можно показать, что монопольные токи подавляют значение конденсата глюонного поля  $A^2$ , приводя, например, к уменьшению локального конденсата  $A^2(x)$  в калибровке Ландау в окрестности удерживающей струны КХД, как представлено на рис. 5(слева). Поведение конденсата в окрестности струны определяет корреляционную длину  $\xi$ , в то время как распределение хромозлектрического поля, рис. 5(справа), дает глубину проникновения  $\lambda$ . Обе величины

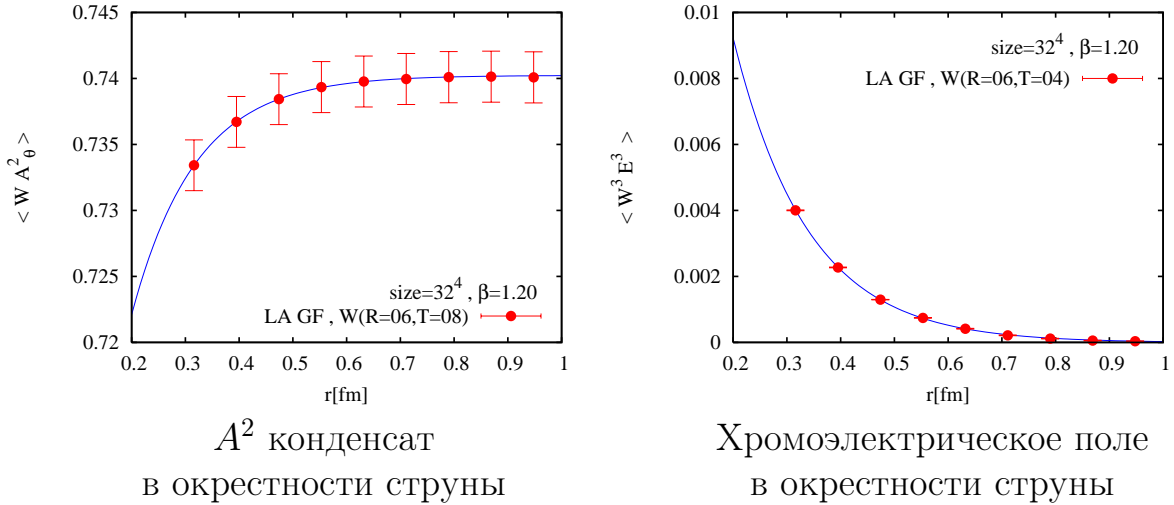
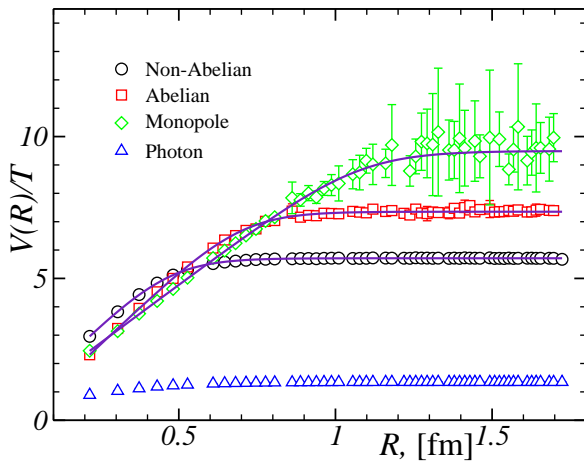


Рис. 5: Распределение конденсата  $A^2$  (слева) и хромозлектрического поля (справа) в окрестности удерживающей струны как функция поперечного расстояния  $r$ . Результаты получены в упрощенной неабелевой калибровочной модели с двумя цветами.

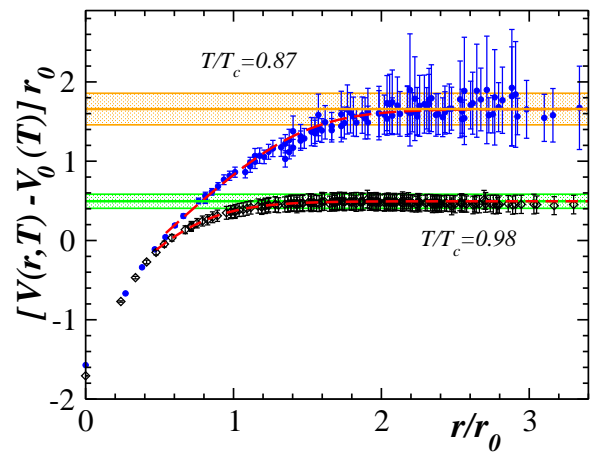
практически не зависят от длины струны и совпадают друг с другом в пределах ошибок,  $\xi \approx \lambda \approx 0.12 \text{ fm}$ . Их отношение, определяющее аналог параметра Гинзбурга-Ландау,  $\kappa \equiv \lambda/\xi = 1.04(6)$ , соответствует пределу Богомольного в интерпретации предположения дуального сверхпроводника, что находится в согласии с независимыми результатами, полученными

в Максимальной абелевой калибровке. Заметим, что обе длины когерентности в пределах ошибок приблизительно равны самой большой длине корреляции в вакууме, соответствующей обратной массе наимизшего глобола:  $1/\xi \approx 1/\lambda \approx m_{O^{++}} \approx 1.65 \text{ GeV}$ .

3. Разрыв хромоэлектрических струн. В случае теории Янга-Миллса без динамических кварков для струны в присоединенном представлении наблюдается эффект разрыва, что явно продемонстрировано на рис.6. Численный расчет этого эффекта проводился в фазе удержания цвета при конечной температуре, поскольку наблюдение этого эффекта при нулевой температуре затруднительно из-за сложностей технического характера.



Присоединенное представление  
(глоудинамика без кварков)



Фундаментальное представление  
(КХД с двумя кварками)

Рис. 6: Разрыв хромоэлектрических струн при конечной температуре в фазе удержания цвета. Слева представлен потенциал между статическими источниками в присоединенном представлении, а также абелева, (непертурбативная) монополярная и (пертурбативная) фотонная составляющие потенциала в  $SU(2)$  глоудинамике без кварков. Сплошными линиями показаны подгонки этих потенциалов функцией (22). Справа показан потенциал между статическими источниками в фундаментальном представлении в КХД с двумя динамическими фермионами при двух различных температурах ( $r_0 \approx 0.5 \text{ fm}$ ).

Потенциал между статическими источниками (“кварками”), расположенными на расстоянии  $R$  друг от друга, в лидирующем порядке определяется суммой двух струнных состояний – разорванной и целой струн,

$$\exp\left\{-\frac{V(R)}{T}\right\} = \exp\left\{-\frac{V_0 + 2m}{T}\right\} + \exp\left\{-\frac{V_0 + V_{\text{str}}(R)}{T}\right\}, \quad (22)$$

где  $V_{\text{str}}(R) = \sigma_{j=1}R$  – энергия неразорванной струны, выражающаяся через присоединенное натяжение струны  $\sigma_{j=1}$ ;  $m$  – массивный параметр, определяющий энергию разорванного струнного состояния и  $V_0$  – параметр, опреде-

ляющий собственную энергию пробных присоединенных источников. Цельное струнное состояние доминирует на малых и средних расстояниях, где наблюдается линейный рост потенциала, в то время как на больших расстояниях доминирует вклад разорванной струны, что соответствует отсутствию чувствительности потенциала к расстоянию между тестовыми источниками.

Формула (22) прекрасно описывает данные для потенциала и для его составляющих в Максимальной абелевой калибровке, демонстрируя не только разрыв струны, но также и доминантность абелевого и монополюсного вкладов в натяжение струны, соответственно,

$$\sigma_{j=1}^{\text{ab}} \approx 0.94 \sigma_{j=1}, \quad \sigma_{j=1}^{\text{mon}} \approx 0.83 \sigma_{j=1}^{\text{ab}} \approx 0.78 \sigma_{j=1}. \quad (23)$$

Что касается разрыва струны в фундаментальном представлении, то этот эффект невозможен без присутствия динамических полей материи. Разрыв этой струны наблюдался численным образом в моделировании КХД с двумя динамическими кварками, рис.6(б). Этот результат подробно обсуждается в настоящей главе.

**Пятая глава** посвящена изучению новых подходов к изучению непертурбативного вакуума КХД. В этой главе отмечается, что заметный успех модели дуальной сверхпроводимости показывает плодотворность поиска связей физики сильных взаимодействий с физикой конденсированных сред. Эта глава основана на работах [34–39].

Разделение спина и заряда. В первой части пятой главы приведены результаты поиска возможной реализации эффекта разделения спина и заряда в глюонных полях. В настоящее время эффект разделения спина и заряда является одним из самых исследуемых физических явлений в системах конденсированных сред. Этот эффект возникает в широком спектре веществ, включающих, например, такие классы материалов как высокотемпературные сверхпроводники и углеродные нано-структуры. В работе предлагается возможный вариант реализации программы разделения спина и заряда в теории поля, в частности, в теории Янга-Миллса с двумя цветами и в стандартной электрослабой модели. Показано, например, что известные монополюсные и вихревые решения стандартной модели электрослабых взаимодействий естественно интерпретируются в разделенных (изо)спинорных и (гипер)зарядовых переменных, демонстрируя связь этой теории поля с физикой конденсированных сред.

КХД и жидкие кристаллы. Следуя общей идее поиска аналогий КХД и физики конденсированных сред, во второй части пятой главы рассмотрена возможная связь неабелевой теории поля с физикой нематических жидких

кристаллов. Показано, что реализация жидкокристаллической структуры в КХД вполне возможна в калибровке Ландау, в которой калибровочная симметрия фиксируется с точностью до глобальной подгруппы калибровочной группы. Как следствие развитого здесь формализма, появляется возможность определения новых топологических дефектов в КХД, являющихся прямыми аналогами дисклинаций (“вихрей”) и точечно-подобных дефектов (“монополей”) в нематических жидких кристаллах. В работе предлагается интерпретация фазового перехода в КХД по аналогии с фазами нематических кристаллов. Показана связь  $SU(2)$  глюодинамики с нематическим жидким кристаллом, что косвенно подтверждается совпадением рода перехода, и класса универсальности этих различных систем.

В этой части работы рассматривается калибровка Ландау (21) применительно к калибровочной теории с двумя цветами. Условие (21) фиксирует  $SO(3)_{\text{gauge}}$  калибровочную цветную симметрию вплоть до  $SO(3)_{\text{global}}$  глобальной цветной группы

$$SO(3)_{\text{gauge}} \rightarrow SO(3)_{\text{global}} . \quad (24)$$

Поскольку глюонное поле не чувствительно к действию центра  $\mathbb{Z}_2$  группы  $SU(2)$ , то калибровочная симметрия  $SU(2)$  теории Янга-Миллса без полей материи определяется группой  $SO(3) \sim SU(2)/\mathbb{Z}_2$ .

Существует много физических систем, где глобальные симметрии играют существенную роль: спиновые системы, описывающие, например, ферромагнетики, а также сверхтекучие  $\text{He}_3$  и  $\text{He}_4$ , различные типы жидких кристаллов и т.д. В работе предположено, что остаточная глобальная симметрия приводит к существованию специфических топологических дефектов, аналогичных дефектам в нематических жидких кристаллах и в сверхтекучем гелии  $^3\text{He}$ . Несмотря на то, что исходная теория Янга-Миллса обладает гораздо большей (калибровочной) симметрией, уместно предположить, что глобальная часть этой симметрии тоже будет нести информацию, в частности, о непертурбативных свойствах всей системы.

Аналог жидкокристаллической структуры в глюодинамике можно реализовать с помощью цветного тензора

$$C^{ab}(x) = A_\mu^c(x)A_\mu^c(x) \cdot \delta^{ab} - A_\mu^a(x)A_\mu^b(x) , \quad (25)$$

преобразующегося в присоединенном представлении глобальной  $SO(3)_{\text{global}}$  группы. Механическая интерпретация этого объекта – тензор инерции твердого тела в нерелятивистской механике

$$I^{ij} = \sum_n m_n (r_n^2 \delta^{ij} - r_n^i r_n^j) , \quad i, j = 1, 2, 3, \quad n = 1, 2, \dots . \quad (26)$$

Этот тензор описывает тело, состоящее из точечных объектов (пронумерованных целым числом  $n$ ) с массами  $m^n$ , расположенных в точках пространства  $\mathbf{r}_n = (r_n^1, r_n^2, r_n^3)$ . В предложенной интерпретации матрица  $C^{ab}(x)$  в каждой точке пространства  $x$  соответствует телу, состоящему из четырех точечных объектов ( $\mu = 1, \dots, 4$ ) с одинаковыми массами,  $m_1 = \dots = m_4 = 1$ . Калибровочное поле  $A_\mu^a$  играет роль “пространственной”  $\mathbf{r}$ -координаты  $\mu$ -го центра масс.

Развивая аналогию далее, собственные значения и собственные вектора “тензора инерции” (25) определяют “эллипсоид инерции”, который, в свою очередь, определяет ориентацию “цветной аксиальной молекулы” в цветном пространстве. Группа симметрии аксиальной молекулы

$$G/H = SO(3)/(\mathbb{Z}_2 \times SO(2)) \quad (27)$$

соответствует группе симметрии нематического кристалла. Благодаря нетривиальной топологии физического пространства (27), ориентационные свойства глюонных полей в глобальном цветовом пространстве определяют вихревые дефекты (поскольку  $\pi_1(G/H) = \mathbb{Z}_2$ ) и, также, монополе-подобные дефекты (поскольку  $\pi_2(G/H) = \mathbb{Z}$ ), с полуцелым зарядом. Примеры этих объектов показаны на рис. 7.

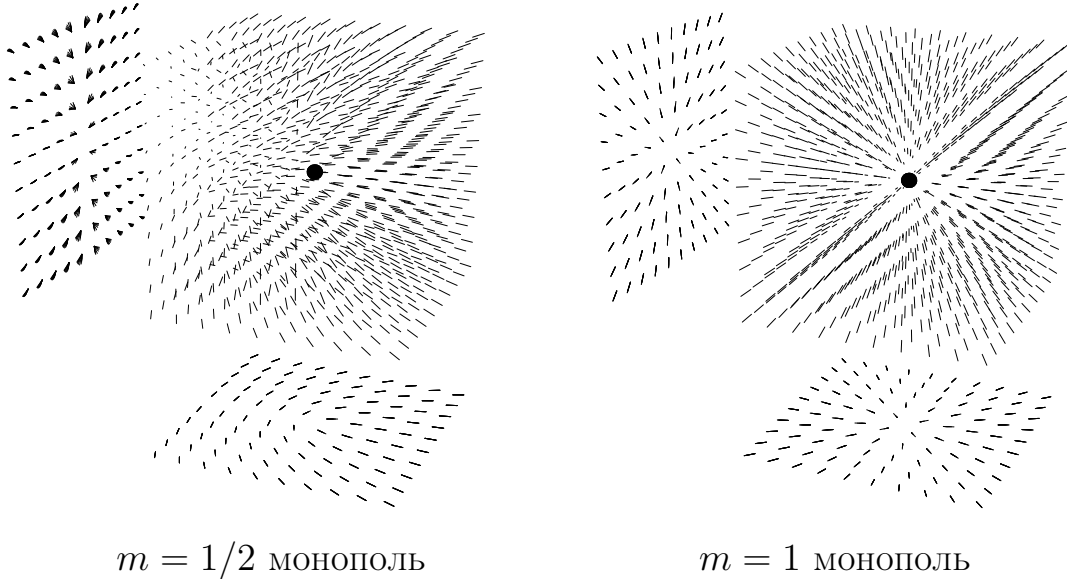


Рис. 7: Поведение большой полуоси эллипсоида инерции  $\mathbf{n}$  в цветном пространстве для монополей с намотками  $m = 1/2$  и 1 (показаны проекции на две плоскости).

Выделенные траектории в пространстве петель. В этой главе также рассматривается новый подход к динамике глюонов, основанный на замечании, что оператор Вильсоновской петли позволяет определить еже-подобный объ-

ект в глюонных полях. С одной стороны известно, что неабелева калибровочная теория может быть сформулирована не только с помощью элементарных глюонных полей, но и также описана в калибровочно-инвариантных петлевых переменных, в Вильсоновских петлях. С другой стороны, наличие или отсутствие топологических объектов в динамических переменных (например, в калибровочных полях) той или иной физической модели имеет зачастую принципиальное значение для динамики всей системы. Поэтому естественно задать вопрос об определении аналога топологического объекта в петлевых переменных. Вопрос является актуальным для динамики глюонов, поскольку построение еже-подобных (монопольных) структур в неабелевых калибровочных теориях без полей материи сталкивается с естественной сложностью определения эффективного поля Хиггса, что приводит, в свою очередь, к неоднозначности определения монополя. Еже-подобная структура в Вильсоновских петлях не обладает подобной неопределенностью, поскольку она является явно калибровочно-инвариантным объектом.

Определение еже-подобного дефекта в Вильсоновской петле похоже на определение монополя 'т Хофта-Полякова в модели Джорджи-Глэшоу. В этой модели триплет Хиггсовских полей  $\hat{\Phi} \equiv \frac{1}{2}\Phi^a\sigma^a$  монополя обращается в нуль в точке  $x = x^{(0)} \equiv (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)})$  нахождения монополя,  $\hat{\Phi}(x^{(0)}) = 0$ . Более того, в пространственной окрестности монополя поле Хиггса имеет еже-подобную структуру. Например, в калибровке, в которой калибровочное поле  $A_\mu^a$  не сингулярно, поле статического монополя можно привести к виду

$$\hat{\Phi}(\mathbf{x}) = \frac{\sigma^a}{2} Y^{ai} \cdot (x - x^{(0)})^i + O\left((\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(0)})^2\right), \quad i = 1, 2, 3, \quad (28)$$

где  $Y^{ai}$  – некоторая невырожденная матрица  $\det Y \neq 0$  размерности  $3 \times 3$ . В теории Янга-Миллса без полей материи подобная структура может быть выражена через замкнутые петли Вильсона, определенных (без взятия следа) на замкнутом контуре  $\mathcal{C}$ , начинающимся и заканчивающимся в точке  $x^{(0)}$ ,

$$W_{\mathcal{C}}(x^{(0)}) = P \exp\left\{ig \oint_{\mathcal{C}} dx_\mu A_\mu(x)\right\}. \quad (29)$$

Этот оператор имеет триплетную (бесследовую) часть,

$$\hat{\Gamma}_{\mathcal{C}}(x^{(0)}) = W_{\mathcal{C}}(x^{(0)}) - \mathbb{1} \cdot \frac{1}{2} \text{Tr} W_{\mathcal{C}}(x^{(0)}), \quad (30)$$

преобразующуюся в присоединенном представлении калибровочной группы,  $\hat{\Gamma}_{\mathcal{C}}(x^{(0)}) \rightarrow \Omega^\dagger(x^{(0)})\hat{\Gamma}_{\mathcal{C}}(x^{(0)})\Omega(x^{(0)})$ , аналогично полю Хиггса  $\hat{\Phi}(x)$  в модели Джорджи-Глэшоу. Еже-образная структура подобная (28) в Вильсоновских

петлях (29) определяется по отношению к инфинитезимальным вариациям петли Вильсона, рис. 8. Траектория дефекта  $C_0$  определяется экстремальными значениями петли Вильсона,  $W_{C_0} = z \cdot \mathbb{1} \in \mathbb{Z}_2$ , и характеризуется центральным зарядом,  $z = \pm 1$ , а также индексом намоток  $n \in \mathbb{Z}$  соответствующим отображению  $\hat{\Gamma}_C$  из пространственной окрестности дефекта в калибровочную группу,  $S^2 \rightarrow S^2$ .

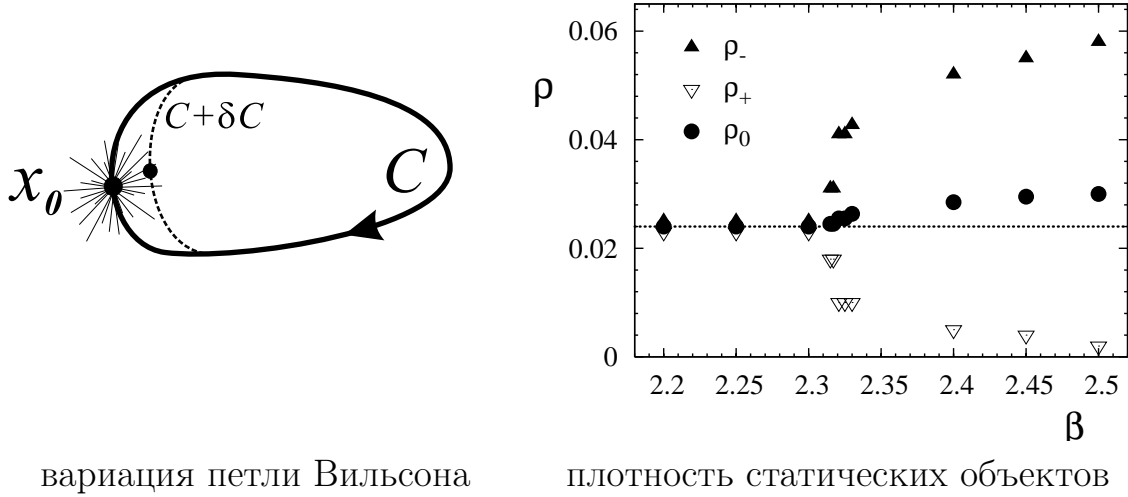


Рис. 8: Инфинитезимальная вариация  $C \rightarrow C + \delta C$  петли Вильсона (слева). На правом графике показана плотность статических объектов с центральным зарядом, соответствующих нарушенной фазе (сплошные треугольники), с противоположным центральным зарядом (полые треугольники) и усредненная плотность (окружности). Данные представлены в решеточных единицах, высокотемпературная фаза соответствует  $\beta > \beta_c$ , а критическая температура определяется  $\beta_c = 2.30$ .

Данные о плотности статических дефектов, полученные с помощью численного моделирования  $SU(2)$  калибровочной теории в высокотемпературной и низкотемпературной фазах, приведены на рис. 8. Результаты численных вычислений показывают динамическую значимость этих объектов, поскольку плотность статических своеобразных объектов резко меняется в высокотемпературной фазе.

**Шестая глава** посвящена подробному изучению целого класса моделей с компактными абелевыми калибровочными полями, взаимодействующими со скалярными полями материи в  $(2+1)$  пространственно-временных измерениях. Глава основана на работах [40–54].

Интерес автора к подобным калибровочным системам обоснован тем, что в этих относительно простых системах существуют разнообразные явления, имеющие прямые аналоги в физике сильных взаимодействий. Более того, рассматриваемые модели устроены гораздо проще неабелевых теорий, обладая при этом топологическими дефектами, такими как монопо-

ли/инстантоны и вихри. В свою очередь, подобные топологические объекты используются при построении известных эффективных моделей вакуума КХД, необходимых для объяснения ряда непертурбативных явлений. Простота компактных калибровочных моделей позволяет использовать этот класс систем в виде своего рода лаборатории по изучению и объяснению явлений, идентичных непертурбативным явлениям в КХД, таких как удержание (конфайнмент) цвета, появление особенностей глюонного пропагатора на больших расстояниях, наличие непертурбативной физики малых расстояний, поведении средних от пространственно- и времени-подобных петель Вильсона при конечной температуре в разных фазах, разрыв и устойчивость удерживающих струн в различных представлениях калибровочной группы.

Рассматриваемые модели также позволяют обсудить эффекты внешних полей на фазовую структуру системы. Наличие хорошо определенных топологических дефектов делает возможным подробно рассмотреть ряд сопутствующих явлений, таких как конфайнмент монополей под действием температуры, образование инстантонных молекул из-за присутствия полей материи в фундаментальном представлении калибровочной группы (“кварков”) и появление в вакууме монополюсно-вихревых цепей из-за присутствия полей материи в присоединенном представлении (“глюонов”). Более того, компактная абелева модель с двумя скалярными полями разных зарядов обладает сложной фазовой структурой, предельные случаи которой описывают разнообразные физические явления в физике конденсированных сред (от сверхтекучести до аспектов высокотемпературной сверхпроводимости). Таким образом, компактные абелевы модели являются своеобразным мостиком между современной теорией сильных взаимодействий и передовым краем теорий конденсированных сред. Следствия этой аналогии представлены в последней части работы.

Аномальная размерность пропагатора. В калибровке Ландау пропагатор “времени-подобной” компоненты фотонов для нулевой мацубаровской частоты может быть хорошо приближен следующей формулой,

$$\langle A_3(\mathbf{p}, 0) A_3(-\mathbf{p}, 0) \rangle = \frac{Z}{\beta} \frac{m^{2\alpha}}{(\mathbf{p}^2)^{(1+\alpha)} + m^{2(1+\alpha)}} + C, \quad (31)$$

где  $Z$  – перенормировка фотонной волновой функции,  $\beta \propto 1/g^2$  – решеточный параметр связи, обратно пропорциональный квадрату электрического заряда  $g$ ,  $\alpha$  – “аномальная размерность” импульсной зависимости пропагатора,  $m$  – массовая щель,  $C$  – контактный член взаимодействия,  $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$  – пространственная компонента 3-вектора импульса  $p = (\mathbf{p}, p_3)$ . “Временная” компонента импульса  $p_3$  положена равной нулю.

Заметим, что качественная зависимость пропагатора от импульса (31) хорошо описывает не только пропагатор фотона во всех рассмотренных ниже моделях при нулевой и конечной температурах, но также и пропагатор глюонов в модели Янга-Миллса как в калибровке Ландау, так и в Максимальной абелевой калибровке (20) в промежуточной области импульсов.

Аномальная размерность  $\alpha$ , соответствующая “времени-подобной” компоненте пропагатора фотонов (31), является новым параметром порядка температурного перехода конфайнмент-деконфайнмент и отлична от нуля из-за наличия газа монополей, что продемонстрировано на рис. 9 для компактной электродинамики. Переход конфайнмент-деконфайнмент сопровождается образованием нейтральных пар монополь-антимонгополь, и этот процесс приводит к исчезновению массовой щели в высокотемпературной фазе.

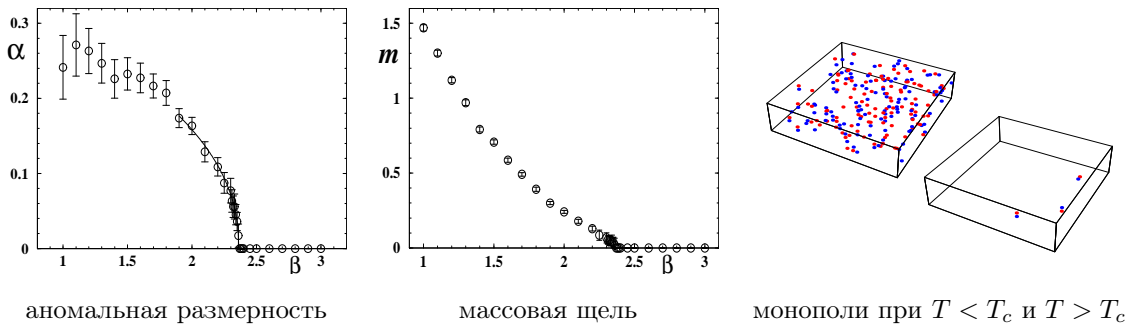
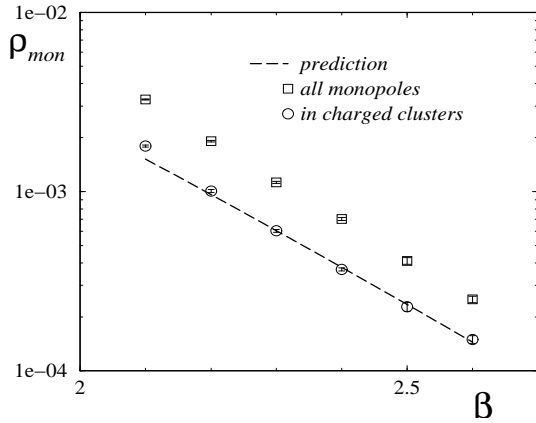


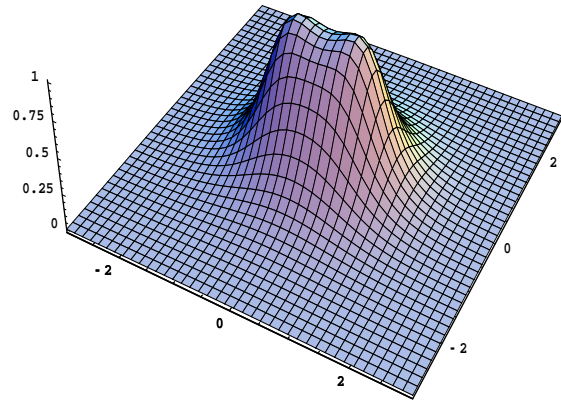
Рис. 9: Компактная электродинамика при ненулевой температуре (критическая температура  $T_c$  соответствует  $\beta_c = 2.35$ ).

Связанные состояния монополей. При ненулевой температуре в компактной электродинамике впервые продемонстрировано, что плотность монополей соответствует теоретическому предсказанию,  $\rho \propto \exp\{-\text{const}/g^2\}$ . Для установления соответствия необходимо исключить вклад связанных монополей, появляющихся в вакууме в виде дипольных пар монополь-антимонгополь. Заметим однако, что газ таких магнитно-нейтральных дипольных пар влияет на натяжение струны (из-за поляризации в поле струны) и также приводит к линейному потенциалу между пробными электрическими зарядами, находящимися на малых расстояниях, рис. 10.

Внешние электрические и магнитные поля. Несмотря на то, что внешние электрические и магнитные поля заметно увеличивают плотность монополей (рис. 11), они не влияют на фазовую диаграмму компактной электродинамики. Образование монополей во внешних полях приводит, в конечном счете, только к появлению сильно связанных и сильно поляризованных дипольных пар (поведение модели в магнитных и в электрических полях практически одинаково). Такие дипольные пары не влияют на фазовую структуру.

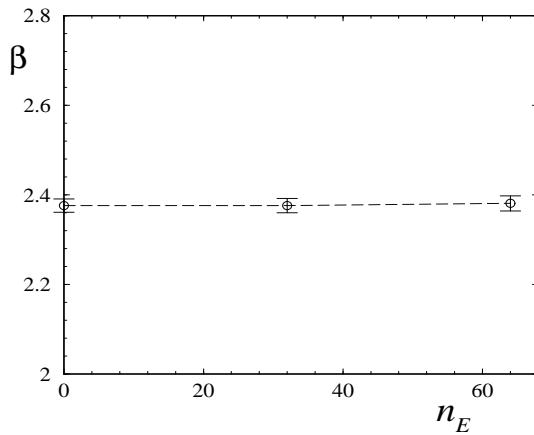


плотность монополей

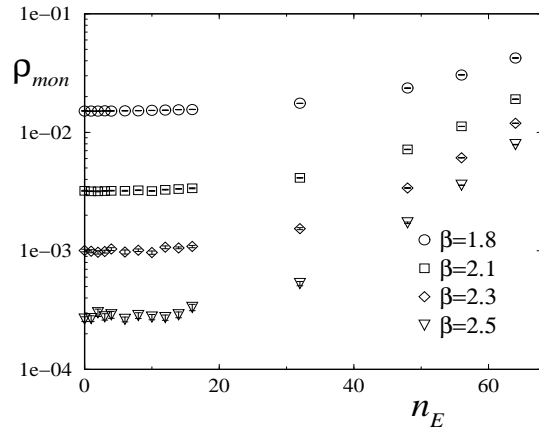


“короткая струна” в дипольном газе

Рис. 10: Компактная электродинамика и роль связанных монополей. Слева: общая плотность монополей и плотность свободных монополей. Справа показана плотность энергии дипольного газа вокруг пробных частиц, демонстрирующих образование короткой “струны” в газе нейтральных диполей.



фазовая диаграмма



плотность монополей

Рис. 11: Компактная электродинамика во внешнем электрическом поле. Слева: фазовая диаграмма в плоскости “константа связи”-“напряженность внешнего поля” (напряженность поля выражена в элементарных квантах  $n_E$ ). Справа: плотность монополей как функция напряженности.

Эффекты полей материи. Наличие динамических полей материи приводит к образованию монополю-антимонполюных пар. Из-за этого происходит переход конфаинмент-деконфаинмент в компактной абелевой модели Хиггса и, как следствие, подавление аномальной размерности пропагатора калибровочного поля в фазе Хиггса (рис. 12). Эффект динамических полей материи в фундаментальном представлении производит то же влияние на удерживающие конфигурации (монополи), что и температура. Как следствие, температура перехода в модели с динамическими полями ниже, чем в “чистой”

модели, что идентично эффекту понижения критической температуры из-за динамических кварков в КХД.

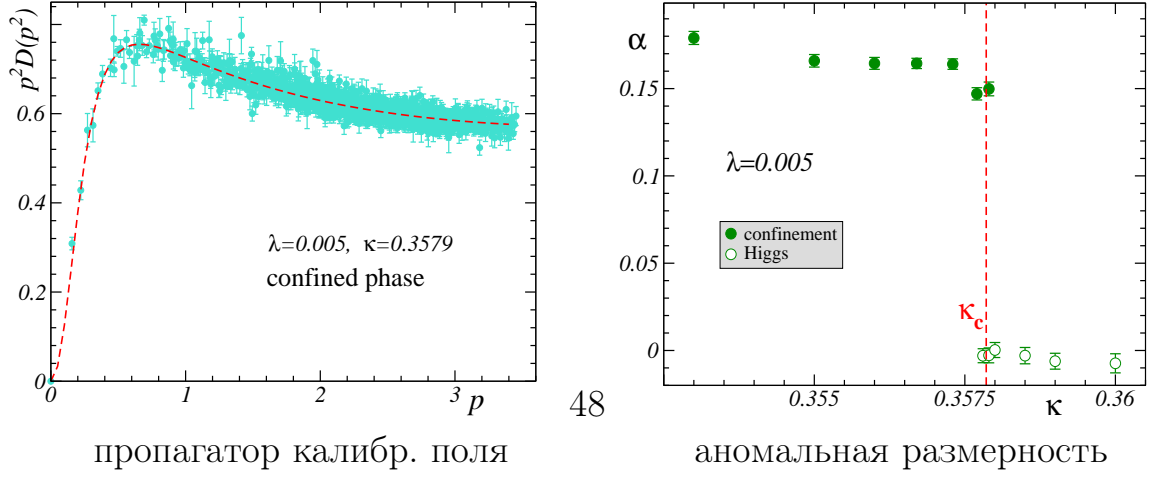


Рис. 12: Компактная абелева модель со скалярным полем заряда 1. Слева: пропагатор калибровочного поля описывается уравнением (20,31) во всех фазах, определяемых параметром лагранжиана  $\kappa$ . Справа: Аномальная размерность  $\alpha$  пропагатора подавлена в фазе вылетания ( $\kappa > \kappa_c$ ) из-за отсутствия свободных монополей.

Следует также отметить, что достаточно легкие поля материи в фундаментальном представлении приводят к исчезновению фазового перехода и замене его переходом Кертежа, определяемого как граница области конденсации топологических дефектов. Аналогичный эффект существует в КХД (где роль полей материи играют поля кварков), который обсуждается во второй главе диссертации.

Разрыв струны, натянутой между пробными статическими электрическими зарядами, расположенными на расстоянии  $R$ , хорошо описывается двух-уровневой формулой (22), которая верна также и в КХД. Удобно ввести параметр “угол разрыва”  $\eta$ , который определяет смешанность цельного ( $\eta = 0$ ) и разорванного ( $\eta = \pi/2$ ) состояний,

$$e^{-V(R)/T} = e^{-V_{\text{short}}(R)/T} \left( \sin^2 \eta + \sin^2 \eta e^{-V_{\text{str}}(R)/T} \right),$$

$$V_{\text{str}}(R) = \sigma R, \quad V_{\text{short}}(R) = \frac{\text{const}_1}{R} + \text{const}_2 \text{ при } R \rightarrow 0. \quad (32)$$

На языке монополей разрыв струны обеспечивается повышенной долей нейтральных монополь-анти-монопольных состояний большого размера, которые появляются в вакууме при определенных параметрах лагранжиана. Разрыв струны и роль монополей продемонстрированы на рис. 13.

Монопольно-вихревые цепочки. Компактная абелева модель со скалярным полем заряда 2 демонстрирует эффект образования в вакууме монопольно-

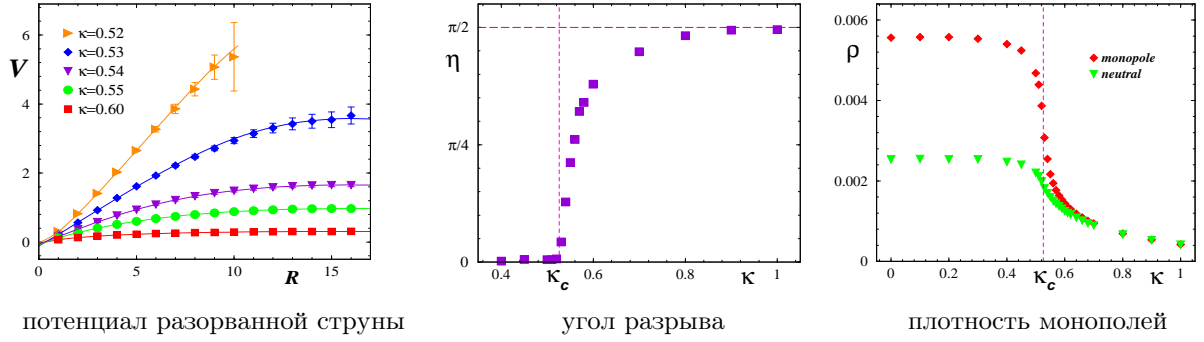


Рис. 13: Компактная абелева модель со скалярным полем заряда 1: разрыв струны наблюдается в потенциале между электрическими зарядами, характеризуется углом разрыва  $\eta$  и определяется долей связанных монополей.

вихревых цепочек из-за присутствия полей материи, преобразующихся в присоединенном представлении калибровочной группы (“глюонов”). Этот эффект имеет прямой аналог в моделях удержания цвета в КХД. Подобно этим моделям, в компактной абелевой модели Хиггса длинные цепочки монополей и вихрей одновременно исчезают в фазе вылетания. Можно заметить, что заряды из присоединенной группы обладают слабой чувствительностью к фазовому переходу, подобно глюонам при конечной температуре, рис. 14.

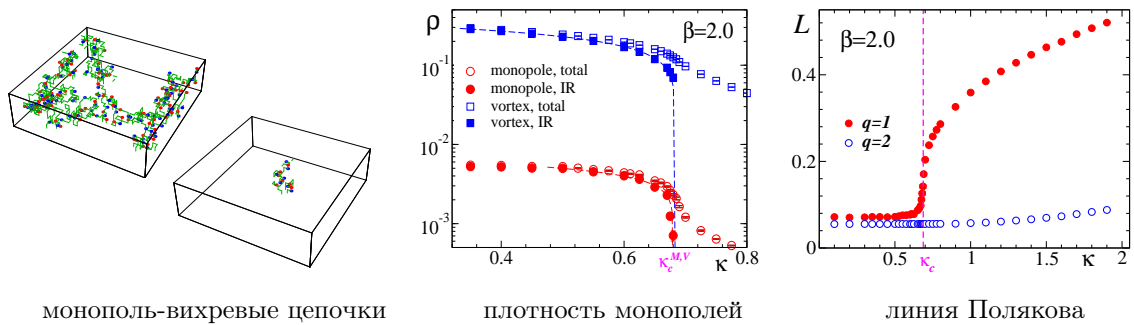


Рис. 14: Компактная абелева модель со скалярным полем заряда 2: монополю-вихревые цепочки в фазе удержания заряда и в высокотемпературной фазе (слева), демонстрация исчезновения длинных цепочек (IR) в фазе вылетания при  $\kappa > \kappa_c$  (с центра) и поведение среднего от линии Полякова в разных представлениях калибровочной группы (справа).

Компактные модели и сильно коррелированные электроны. Компактная абелева модель с двумя скалярными полями разных зарядов обладает сложной фазовой структурой, найденной в представленной работе и схематически показанной на рис. 15(слева). Показано, что предельные случаи этой модели описывают разнообразные физические явления в физике конденсированных сред, такие как ферромагнетизм (спиновая модель Изинга, связанная

с калибровочной моделью Изинга преобразованием дуальности), сверхтекучесть (XY-модель), сверхпроводимость пленок (абелева модель Хиггса) и также кулоновский газ в трех измерениях (газ монополей в компактной абелевой калибровочной модели). Эта модель также известна своим отношением к физике высокотемпературной сверхпроводимости в формализме разделения спина и заряда: скалярное поле заряда 1 соответствует носителю электрического заряда (“холону”), а поле заряда 2 – полю спаренных спинов (“спинонам”). Конденсация этих полей в разных комбинациях соответствует фазе спиновой щели (SG), Ферми жидкости (FL), странному металлу (SM) и сверхпроводимости (SC). Помимо определения фазовой структуры модели и ее отношения к различным физическим системам, в работе изучены свойства трех типов топологических дефектов (двух типов вихрей и одного типа монополей). Конденсаты вихрей на разрезе фазовой диаграммы, рис. 15(середина), показаны на рис. 15(справа).

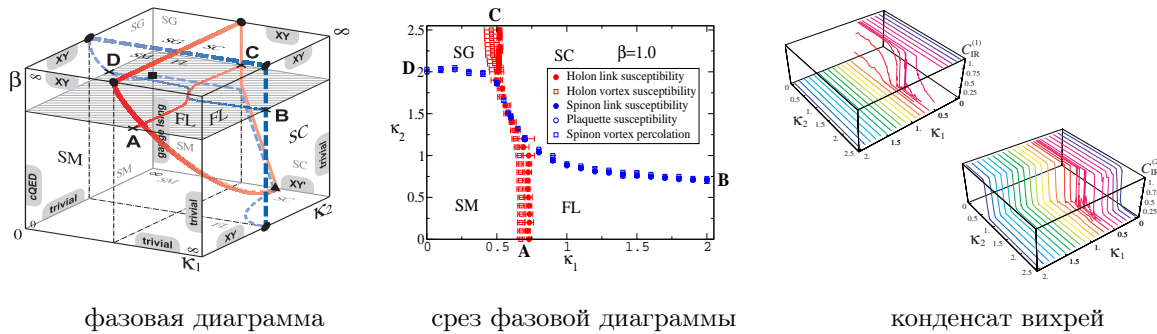


Рис. 15: Компактная абелева модель со скалярными полями заряда 1 и 2: фазовая диаграмма в объеме “холонный параметр”–“спиновый параметр”–“калибровочная константа связи” ( $\kappa_1, \kappa_2, \beta$ ); ее разрез в плоскости ( $\kappa_1, \kappa_2$ ) при фиксированном  $\beta$ ; перколяционные вероятности холонного (слева) и спионного (справа) типов в плоскости ( $\kappa_1, \kappa_2$ ).

Отдельно следует отметить новый эффект: два перехода второго рода, совпадая при определенных значениях параметров, превращаются в фазовый переход первого рода на общем участке, рис. 15(середина). Предполагается, что эффект усиления фазового перехода при совпадении двух фазовых переходов может реализовываться на фазовой диаграмме КХД в плоскости “температура”–“химический потенциал”.

**Седьмая глава** представляет собой заключительную часть диссертации, которая содержит обзор полученных результатов и обсуждение дальнейших направлений исследований.

## Список публикаций

- [1] M.N.Chernodub, “*Kertész line and embedded monopoles in QCD*”, Phys. Rev. Lett. **95**, 252002 (2005)
- [2] M.N.Chernodub, S.M. Morozov, “*Embedded monopoles in quark eigenmodes in  $SU(2)$  Yang-Mills Theory*”, Phys. Rev. **D74**, 054506 (2006)
- [3] M.N.Chernodub, K.Ishiguro, T.Suzuki, “*Blocking from continuum and monopoles in gluodynamics*”, Ядерная Физика **68**, 665 (2005)
- [4] V.G.Borniyakov, M.N.Chernodub, H.Ichie, Y.Mori, M.I.Polikarpov, G.Schierholz, T.Suzuki, “*Structure of Gauge Fields inside Baryon*”, Ядерная Физика **68**, 616 (2005)
- [5] V.G.Borniyakov, M.I.Polikarpov, M.N.Chernodub, T.Suzuki, G.Schierholz, “*Color confinement and hadron structure in lattice chromodynamics*”, УФН **47**, 19 (2004)
- [6] V.G.Borniyakov, M.N.Chernodub, H.Ichie, Y.Koma, Y.Mori, M.I.Polikarpov, G.Schierholz, H.Stüben, T.Suzuki, “*Profiles of broken string in two-flavor QCD below and above finite temperature transition*”, Prog. Theor. Phys. **112**, 307 (2004)
- [7] Y.Mori, V.Borniyakov, M.Chernodub, Y.Koma, Y.Nakamura, M.Polikarpov, G.Schierholz, D.Sigaev, A.Slavnov, H.Stüben, T.Suzuki, P.Uvarov, A.Veselov, “*Finite temperature phase transition in lattice QCD with  $N_f = 2$  nonperturbatively improved Wilson fermions at  $N_t = 8$* ”, Nucl. Phys. A **721**, 930 (2003)
- [8] M.N.Chernodub, V.I.Zakharov, “*Magnetic component of Yang-Mills plasma*”, Phys. Rev. Lett. **98**, 082002 (2007)
- [9] M.N.Chernodub, K.Ishiguro, T.Suzuki, “*Monopole gas in three dimensional  $SU(2)$  gluodynamics*”, Prog. Theor. Phys. **112**, 1033 (2004)
- [10] K.Ishiguro, M.N.Chernodub, T.Suzuki, “*Perfect lattice monopole action from continuum in hot  $SU(2)$  gluodynamics*”, Nucl. Phys. **A721**, 895 (2003).
- [11] M.N.Chernodub, K.Ishiguro, T.Suzuki, “*Blocking of lattice monopoles from continuum in hot lattice gluodynamics*”, JHEP **0309**, 027 (2003)

- [12] M.N.Chernodub, F.V.Gubarev, M.I.Polikarpov, V.I.Zakharov, “*On heavy monopole potential in gluodynamics*”, Phys. Lett. **B514**, 88 (2001)
- [13] V.G.Bornyakov, M.N.Chernodub, H.Ichie, Y.Koma, Y.Mori, Y.Nakamura, M.I.Polikarpov, G.Schierholz, A.A.Slavnov, H. Stüben, T.Suzuki, P.V.Uvarov, A.I.Veselov, “*Finite temperature QCD with two flavors of non-perturbatively improved Wilson fermions*”, Phys. Rev. **D71**, 114504 (2005)
- [14] M.N.Chernodub, V.I.Zakharov, “*On fermionic signature of lattice monopoles*”, Phys. Rev. **D65**, 094020 (2002)
- [15] M.N.Chernodub, B.L.Ioffe, “*On chiral phase transition in hadronic matter*”, Письма в ЖЭТФ **79**, 742 (2004)
- [16] M.N.Chernodub, I.E.Kozlov, “*Chiral symmetry breaking and monopole condensation in QCD*”, Письма в ЖЭТФ **81**, 309 (2005)
- [17] M.N.Chernodub, K.Ishiguro, Y.Mori, Y.Nakamura, M.I.Polikarpov, T.Sekido, T.Suzuki, V.I.Zakharov, “*Vacuum type of SU(2) gluodynamics in maximally Abelian and Landau gauges*”, Phys. Rev. D **72**, 074505 (2005)
- [18] M.N.Chernodub, K.Hashimoto, T.Suzuki, “*Matter degrees of freedom and string breaking in Abelian projected quenched SU(2) QCD*”, Phys. Rev. **D70**, 014506 (2004)
- [19] T.Suzuki, M.N.Chernodub, “*Screening and confinement in  $U(1)^{N-1}$  Abelian effective theories*”, Phys. Lett. **B563**, 183 (2003)
- [20] M.N.Chernodub, “*Classical string solutions in effective infrared theory of SU(3) gluodynamics*”, Phys. Lett. **B474**, 73 (2000)
- [21] M.N.Chernodub, “*Gluodynamics in external field in dual superconductor approach*”, Phys. Lett. **B549**, 146 (2002)
- [22] M.N.Chernodub, M.I.Polikarpov, V.I.Zakharov, “*Infrared behavior of gauge boson propagator in a confining theory*”, Phys. Lett. **B457**, 147 (1999)
- [23] V.G.Bornyakov, M.N.Chernodub, F.V.Gubarev, M.I.Polikarpov, T.Suzuki, A.I.Veselov, V.I.Zakharov, “*Anatomy of lattice magnetic monopoles*”, Phys. Lett. **B537**, 291 (2002)
- [24] V.G.Bornyakov, M.N.Chernodub, F.V.Gubarev, S.M.Morozov, M.I.Polikarpov, “*Abelian dominance and gluon propagators in maximally Abelian gauge of SU(2) lattice gauge theory*”, Phys. Lett. **B559**, 214 (2003)

- [25] V.A.Belavin, M.N.Chernodub, M.I.Polikarpov, “On projection (in)dependence of monopole condensate in lattice  $SU(2)$  gauge theory”, Письма в ЖЭТФ **83**, 367 (2006)
- [26] V.A.Belavin, M.N.Chernodub, M.I.Polikarpov, “On projection (in)dependence of dual superconductor mechanism of confinement”, Письма в ЖЭТФ **79**, 303 (2004)
- [27] V.A.Belavin, M.N.Chernodub, M.I.Polikarpov, “Monopole creation operator in presence of matter”, Письма в ЖЭТФ **75**, 263 (2002)
- [28] M.N.Chernodub, K.Ishiguro, T.Suzuki, “Determination of monopole condensate from monopole action in quenched  $SU(2)$  QCD”, Phys. Rev. **D69**, 094508 (2004)
- [29] V.A.Belavin, M.N.Chernodub, M.I.Polikarpov, “Monopole creation operators as confinement-deconfinement order parameters”, Phys. Lett. **B554**, 146 (2003)
- [30] M.N.Chernodub, K.Ishiguro, T.Suzuki, “Entropy of spatial monopole currents in pure  $SU(2)$  QCD at finite temperature”, Phys. Rev. **D71**, 094506 (2005)
- [31] M.N.Chernodub, V.I.Zakharov, “Towards understanding structure of monopole clusters”, Nucl. Phys. **B669**, 233 (2003)
- [32] M.N.Chernodub, K.Ishiguro, K.Kobayashi, T.Suzuki, “Numerical determination of monopole entropy in pure  $SU(2)$  QCD”, Phys. Rev. **D69**, 014509 (2004)
- [33] M.N.Chernodub, S.Fujimoto, S.Kato, M.Murata, M.I.Polikarpov, T.Suzuki, “An almost perfect quantum lattice action for low-energy  $SU(2)$  gluodynamics”, Phys. Rev. **D62**, 094506 (2000)
- [34] M.N.Chernodub, A.J.Niemi, “Spin-charge separation and the Pauli electron”, Письма в ЖЭТФ **85**, 353 (2007)
- [35] M.N.Chernodub, “Liquid crystal defects and confinement in Yang-Mills theory”, Письма в ЖЭТФ **83**, 326 (2006)
- [36] M.N.Chernodub, “Yang-Mills theory in Landau gauge as a liquid crystal”, Phys. Lett. **B637**, 128 (2006)

- [37] M.N.Chernodub, “A gauge-invariant object in non-Abelian gauge theory”, Phys. Lett. **B634**, 255 (2006)
- [38] V.A.Belavin, M.N.Chernodub, I.E.Kozlov, “Hedgehogs in Wilson loops and phase transition in  $SU(2)$  Yang-Mills theory”, Nucl. Phys. **B748**, 524 (2006)
- [39] M.N.Chernodub, “Monopoles in Abelian Polyakov gauge and projection (in)dependence of the dual superconductor mechanism of confinement”, Phys. Rev. **D69**, 094504 (2004)
- [40] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “Photon propagator, monopoles and thermal phase transition in 3-D compact QED”, Phys. Rev. Lett. **88**, 231601 (2002)
- [41] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “A lattice study of 3-D compact QED at finite temperature”, Phys. Rev. **D64**, 054507 (2001)
- [42] M.N.Chernodub, “Confinement in three dimensional magnetic monopole-dipole gas”, Phys. Lett. **B515**, 400 (2001)
- [43] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “The photon propagator in compact QED(2+1): effect of wrapping Dirac strings”, Phys. Rev. **D69**, 094502 (2004)
- [44] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “Confinement and photon propagator in 3D compact QED: A lattice study in Landau gauge at zero and finite temperature”, Phys. Rev. **D67**, 034502 (2003)
- [45] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “Monopoles, confinement and deconfinement of (2+1)D compact lattice QED in external fields”, Phys. Rev. **D64**, 114502 (2001)
- [46] M.N.Chernodub, “Interaction of electric charges in (2+1)D magnetic dipole gas”, Phys. Rev. **D63**, 025003 (2001)
- [47] B.L.G.Bakker, M.N.Chernodub, A.I.Veselov, “Short range linear potential in 3D lattice compact QED”, Phys. Lett. **B502**, 338 (2001)
- [48] M.N.Chernodub, R.Feldmann, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “Phase structure and gauge boson propagator in radially active 3D compact Abelian Higgs model”, Phys. Rev. **D70**, 074501 (2004)
- [49] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “More on string breaking in 3D Abelian Higgs model: photon propagator”, Phys. Lett. **B555**, 206 (2003)

- [50] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “*String breaking and monopoles: A case study in 3D Abelian Higgs model*”, Phys. Lett. **B547**, 269 (2002)
- [51] M.N.Chernodub, R.Feldmann, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “*Monopole chains in a compact Abelian model with  $Q = 2$  Higgs field*”, Phys. Lett. **B605**, 161 (2005)
- [52] M.N.Chernodub, R.Feldmann, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “*Compact  $Q = 2$  Abelian Higgs model in London limit: Vortex-monopole chains and photon propagator*”, Phys. Rev. **D71**, 74502 (2005)
- [53] M.N.Chernodub, E.-M.Ilgenfritz, A.Schiller, “*Phase structure of an Abelian two-Higgs model and high temperature superconductors*” Phys. Rev. **B73**, 100506 (2006)
- [54] M.N.Chernodub, F.V.Gubarev, M.I.Polikarpov, V.I.Zakharov, “*Confinement and short distance physics*”, Phys. Lett. **B475**, 303 (2000)