**Федеральное Государственное Унитарное Предприятие
Государственный Научный Центр Российской Федерации
Институт Теоретической и Экспериментальной Физики
имени А.И.Алиханова**

На правах рукописи

Трусов
Михаил Александрович

Барионы в непертурбативной КХД

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2006

УДК 539.12

Работа выполнена в ГНЦ РФ — Институте Теоретической
и Экспериментальной Физики им. А.И.Алиханова

Научные руководители:	чл.-корр. РАН $\boxed{\text{К.А.Тер-Мартиросян}}$, (ГНЦ РФ ИТЭФ, г. Москва) доктор физ.-мат. наук Ю.А.Симонов, (ГНЦ РФ ИТЭФ, г. Москва)
Официальные оппоненты:	доктор физ.-мат. наук Н.О.Агасян, (ГНЦ РФ ИТЭФ, г. Москва)
	доктор физ.-мат. наук Р.Н.Фаустов, (Вычислительный Центр РАН им. А.А.Дородницына, г. Москва)
Ведущая организация :	ГНЦ РФ — Институт Физики Высоких Энергий, г. Протвино, Московская обл.

Защита состоится 26 сентября 2006 года в 11 часов на заседании Диссертационного совета Д.201.002.01 по защите кандидатских диссертаций в ФГУП ГНЦ РФ ИТЭФ по адресу: г. Москва, ул. Большая Черёмушкинская, д. 25, Конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ГНЦ РФ ИТЭФ.

Автореферат разослан 24 августа 2006 г.

Учёный секретарь Диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук В.В.Васильев

1. Общая характеристика работы

1.1. Актуальность темы

Конечной целью адронной физики вообще является полное количественное описание масс, распадов, смешиваний и других экспериментально измеряемых характеристик всех наблюдаемых на опыте адронных состояний. Общепринятая сегодня точка зрения на эту задачу заключается в том, что такое описание может и должно быть достигнуто в рамках Стандартной Модели, т.е., фактически, в рамках квантовой хромодинамики (КХД), поскольку влияние электрослабых взаимодействий на свойства сильновзаимодействующих частиц во всяком случае может быть последовательно учтено по теории возмущений.

Квантовая хромодинамика определяет адроны как бесцветные связанные состояния кварков и глюонов, удерживаемые вместе благодаря явлению конфайнмента. Это явление принципиально не может быть описано в рамках теории возмущений и требует совершенно иных методов анализа. Как мы теперь понимаем, конфайнмент есть не просто некий специальный потенциал, удерживающий вместе кварки (а именно так этот термин воспринимался изначально), а одно из важнейших свойств КХД вакуума. Причём это свойство оказывается органически связанным с другим весьма важным явлением КХД — “размерной трансмутацией”, которое заключается в появлении в теории естественного размерного параметра $\Lambda_{\rm QCD}$.

Исходя из вышесказанного, логично предположить, что наиболее успешное описание свойств адронных состояний может быть достигнуто в модели, базирующейся на лагранжиане КХД, адекватно описывающей в первую очередь свойства КХД вакуума и содержащей естественный массовый параметр, например натяжение струны.

Такого типа подход был предложен около 20 лет назад в работах Г.Доша и Ю.Симонова (см. [Phys. Lett. B **190**, 177 (1987); **209**, 339 (1988)], [Nucl. Phys. B **307**, 512 (1988))] под названием метода вакуумных корреляторов. В рамках этого подхода КХД вакуум описывается в терминах калибровочно инвариантных вакуумных средних глюонных полей — корреляторов. Ключевым упрощением указанного метода является предположение о гауссовой доминантности, или стохастичности КХД вакуума. Иными словами, утверждается, что при вычислении в рамках данного формализма какой-либо физической наблюдаемой, основной вклад в неё будет даваться низшим билокальным коррелятором, а учёт высших корреляторов приводит к сравнительно небольшим поправкам, что соответствует результатам решеточных измерений. Этот подход позволяет вполне успешно описать целый ряд явлений в КХД. Важным свойством указанного метода является то, что в такой картине вакуума конфайнмент присутствует естественным образом, а характерный размерный параметр, называемый здесь натяжением струны, возникает просто как интеграл от коэффициентной функции билокального коррелятора $\mathcal{D}$.

В дальнейшем, опираясь на метод вакуумных корреляторов, А.Дубин, А.Кайдалов и Ю.Симонов [Phys. Lett. B **323**, 41 (1994)] разработали метод эффективного гамильтониана (ЭГ) в КХД, а впоследствии Ю.Симонов [Phys. Atom. Nucl. **66**, 338 (2003)] развил указанный метод применительно к барионам. В рамках метода удалось получить выражения для зависящего от спинов взаимодействия, включающие пертурбативные и непертурбативные части. Также Ю.Симонову [Phys. Lett. B **515**, 137 (2001)] удалось вывести важную формулу, описывающую вклад собственной энергии кварка в массу бариона. Отметим, что неотъемлемой частью метода ЭГ является использование так называемого einbein формализма, позволяющего записывать релятивистские уравнения для волновых функций кварков в формально нерелятивистском виде, что позволяет применять наработанные методы квантовомеханической задачи трёх тел при рассмотрении кварковой динамики в барионе.

В 70-80 гг. XX века был проделан большой объём работ (см., например работы Н.Изгура, С.Капстика [Phys. Rev. D **34**, 2809 (1986)] и С.Годфри, Н.Изгура [Phys. Rev. D **32**, 189 (1985)]) по вычислению масс и параметров смешивания мезонов и барионов на базе феноменологических конституэнтных кварковых моделей. Для большого числа адронных состояний удалось получить правильные значения их масс с точностью до нескольких МэВ. Однако модели эти по самой своей природе содержали столь большое число феноменологических (а по сути, подгоночных) параметров, что предсказательная сила их была на самом деле низка. С появлением метода ЭГ ситуация изменилась принципиально; метод ЭГ строится исходя из лагранжиана КХД и потому никаких феноменологических параметров не содержит вовсе. Единственный параметр ЭГ, не содержащийся в лагранжиане КХД, есть уже упомянутое выше натяжение струны, возникающее благодаря явлению размерной трансмутации. Отметим, что такая важная в феноменологическом подходе величина, как конституэнтная масса кварка, возникает в методе ЭГ естественным образом как следствие einbein формализма и при этом является не свободным параметром, а строго вычисляемой функцией.

Таким образом, к 2000 г. сложились все предпосылки к тому, чтобы начать интенсивное изучение спектра барионов в рамках метода ЭГ, и получить единое количественное его описание опираясь только на фундаментальные КХД параметры. Описанию данного исследования посвящена вторая глава диссертации.

В 2003 г. сразу несколько экспериментальных групп объявили об открытии Θ^+–бариона с массой 1540 МэВ, с положительной странностью и очень малой шириной (меньше или порядка экспериментального разрешения). Это открытие оказалось очень важным для более глубокого понимания внутреннего строения адронов, поскольку впервые был экспериментально обнаружен барион, который по своим квантовым числам не мог быть построен из трёх валентных кварков. Точнее говоря, кварков требуется не менее пяти; предполагаемая флэйворная структура пентакварка — $(uudd\bar{s})$. При этом Θ^+–барион по-видимому является изоскаляром и принадлежит представлению $\overline{\mathbf{10}}$ группы унитарной симметрии $SU(3)_F$. Существование таких барионов было предсказано ещё на заре кварковой модели более 40 лет назад, однако попытки теоретически описать свойства пентакварка (в первую очередь малую массу и очень узкую ширину) пока были не слишком успешны. Отметим, что за последний год появилось множество экспериментальных работ, не подтверждающих возможное существование пентакварка с массой в районе 1.5 ГэВ. Несмотря на это, интерес теоретиков к проблеме пентакварка ничуть не ослабел и указанная задача представляется весьма актуальной. В конце второй главы диссертации описаны результаты полученные для пентакварка в рамках метода ЭГ.

Несмотря на универсальность метода ЭГ и его большую предсказательную силу, совершенно ясно, что некоторые явления в адронной физике для своего количественного описания требуют привлечения полностью релятивистски ковариантного формализма. В первую очередь это касается вычисления наблюдаемых, построенных, так или иначе, из спиновых переменных частиц. Метод ЭГ учитывает правильную релятивистскую зависимость энергии частицы от её импульса и тем самым является ковариантным относительно группы сдвигов пространства Минковского; здесь нам, однако, необходим ковариантный формализм относительно группы Пуанкаре, т.е. надлежащим образом учитывающий все компоненты релятивистской волновой функции.

Наиболее аккуратно такого рода расчёты можно проводить опираясь на уравнение Бете–Солпитера. Однако технические сложности такого подхода требуют от нас найти пусть и менее точный, но более простой и прозрачный (и конечно релятивистки ковариантный!) метод, позволяющий сравнительно легко получать теоретические предсказания по крайней мере для некоторых задач из указанного класса. Такой метод (метод дираковских орбиталей) удалось сформулировать; его описанию и анализу полученных результатов посвящена третья глава диссертации.

1.2. Цели и задачи исследования

1. Описание спектра масс основных барионных состояний в рамках метода эффективного гамильтониана КХД с учетом пертурбативных и непертурбативных спин-спиновых расщеплений, вкладов собственной энергии кварков и геометрии струнного взаимодействия без использования подгоночных параметров.

2. Развитие различных приближённых методов вычисления спектра барионов в рамках формализма ЭГ. Получение простых аналитических формул для барионных масс в лидирующем приближении.

3. Описание экзотических пятикварковых барионов в рамках формализма ЭГ и проверка гипотезы Джаффе–Вильчека.

4. Последовательное применение метода дираковских орбиталей к анализу динамики трёхкварковых систем с конфайнментом. Построение релятивистской барионной волновой функции, вычисление нуклонных зарядов, описание спектра масс барионного декуплета.

1.3. Научная новизна

1. В квантовомеханической задаче трёх тел со струнным потенциалом получены замкнутые аналитические выражения для энергии взаимодействия и положения точки соединения струн в терминах якобиевских

переменных. Для случая трёх одинаковых частиц выявлена приближённая динамическая симметрия задачи; её реализация оказывается наиболее наглядной при использовании предложенного в работе специального базиса угловых переменных.

2. В рамках метода эффективного гамильтониана КХД численно найдены массы 30 основных барионных состояний, в том числе дважды тяжелых, с учётом движения точки соединения струн. Результаты находятся в хорошем согласии с экспериментом. Вычислены пертурбативные и непертурбативные вклады в спин-спиновое расщепление, а также вклады собственной энергии кварков. Проанализирована точность используемого quenched–приближения.

3. Построены приближённые методы вычисления масс барионов в формализме ЭГ и приведены оценки их точности. Получены простые аналитические формулы для вычисления масс Δ и Ω барионов. Приведены оценки масс некоторых орбитальных возбуждений октетных барионов.

4. В рамках метода ЭГ вычислены массы экзотических пентакварковых состояний в схеме Джаффе–Вильчека. Показано, что предложенная ранее гипотеза о существовании внутри пентакварка двух сильно связанных изоскалярных цветных дикварков приводит к заведомо большим значениям масс пентакварков, нежели наблюдавшиеся на эксперименте.

5. В методе дираковских орбиталей вычислены аксиальный и тензорный заряды нуклона, массы основных состояний барионного декуплета и их радиальных возбуждений. Показана важность учёта нижних компонент кварковых волновых функций при анализе внутренней структуры бариона. Предложен оригинальный метод устранения нефизических вкладов от движения центра масс системы трёх кварков при вычислении физической массы бариона.

1.4. Положения, выносимые на защиту

1. Единое количественное описание спектра масс основных состояний 30 барионов в рамках метода эффективного гамильтониана КХД с учётом движения точки соединения струн, спин-спиновых расщеплений и

собственно-энергетического сдвига, использующее исключительно фундаментальные параметры КХД: токовые массы кварков, константу α_s, натяжение струны σ.

2. Построение и анализ приближённых методов расчёта масс барионов в формализме ЭГ. Вывод простых аналитических формул для масс Δ и Ω барионов на основе симметрийных свойств задачи о движении трёх одинаковых частиц в потенциале конфайнмента.

3. Оценка масс экзотических пентакварковых состояний с положительной чётностью, построенных по схеме дикварк-дикварк-кварк в формализме эффективного гамильтониана на основе гиперрадиального приближения.

4. Построение релятивистской барионной волновой функции при наличии конфайнмента кварков. Вычисление аксиального и тензорного зарядов нуклона. Расчёт спектра масс барионного декуплета с учетом осцилляций центра масс трёхкварковой системы.

1.5. Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертации докладывались на теоретических семинарах ИТЭФ и ИФВЭ, на сессиях Отделения ядерной физики РАН в 2004 и 2005 годах, на международной конференции QUARKS–2004, на международных научных школах по физике адронов и КХД.

По материалам диссертации опубликовано 10 научных работ, в том числе 3 работы в ведущих российских научных журналах, включенных в перечень ВАК.

1.6. Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и приложения. Список литературы включает в себя 90 наименований. Общий объём диссертации составляет 80 страниц. В диссертации содержится 15 таблиц и 7 рисунков.

2. Содержание работы

Введение содержит обзор литературы, обоснование актуальности темы диссертации, описание целей научного исследования и анализ поставленных в данной работе задач. Кратко изложены результаты работы и описаны используемые методы.

Вторая глава посвящена описанию спектра барионов, как обычных, так и экзотических, в рамках формализма эффективного гамильтониана КХД.

Формализм эффективного гамильтониана (ЭГ) для бариона (см. работу Ю.Симонова и М.Фабра [Annals Phys. **212**, 235 (1991)]) строится на базе метода вакуумных корреляторов (МВК) с использованием представления собственного времени Фока–Фейнмана–Швингера (см. работы Ю.Симонова и Д.Тьона [Annals Phys. **300**, 54 (2002)]) для функции Грина трёх кварков в барионе. Структура взаимодействия полностью определяется калибровочно-инвариантным средним от трёхкварковой петли Вильсона, которое вычисляется посредством кластерного разложения в предположении (подтверждаемом решеточными вычислениями) доминантности низшего гауссовского коррелятора. Это позволяет записать основные уравнения метода с использованием всего лишь двух неизвестных коэффициентных скалярных функций $\mathcal{D}$ и $\mathcal{D}_1$, параметризующих указанный кумулянт. Конфайнмент в таком подходе возникает естественным образом, что подтверждается вычислением асимптотики вильсоновской петли для больших контуров: $\langle\mathcal{W}\rangle \sim e^{-\sigma S}$, где S — площадь поверхности, натянутой на контур, а σ — натяжение струны, определяемое здесь как интеграл от коэффициентной функции $\mathcal{D}$.

Отметим, что используемое представление собственного времени делает наиболее удобным способ записи полученного эффективного гамильтониана с помощью так называемого einbein–формализма. При этом в гамильтониан помимо токовых масс кварков $m_i^{(0)}$ входят величины m_i формально аналогичные по своему смыслу конституэнтным кварковым массам, используемым в традиционных потенциальных моделях. Однако в данном подходе эти величины являются не произвольно задаваемыми параметрами модели, а параметрами вариационными, строго вычисляемыми на основе принципа минимума энергии.

Общая структура гамильтониана трёх кварков в барионе выглядит следующим образом:

$$\hat{H} = H_0 + T + V_{\text{conf}} + V_{\text{coul}}\,, \tag{1}$$

причём последовательный расчёт в методе ЭГ требует также учёта поправок к этому выражению, которые описываются формулой

$$\Delta H = \Delta H_{\text{string}} + \Delta H_{\text{self}} + \Delta H_{\text{spin}}\,. \tag{2}$$

Поясним введённые обозначения: H_0 – массовый член со специфической einbein–структурой

$$H_0 = \sum_i \left(\frac{{m_i^{(0)}}^2}{2m_i} + \frac{m_i}{2} \right), \tag{3}$$

где $m_i^{(0)}$ – токовые массы кварков, m_i – конституэнтные массы кварков (сумма здесь и далее берётся по всем трём кваркам); T – стандартное выражение для кинетической энергии

$$T = \sum_i -\frac{1}{2m_i} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}_i^2}\,; \tag{4}$$

V_{conf} – потенциал конфайнмента

$$V_{\text{conf}} = \sum_i \sigma \cdot r_{iX}\,, \tag{5}$$

где $r_{iX} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_X|$ – расстояние от i-го кварка до точки соединения струн; V_{coul} – пертурбативный кулоновский потенциал одноглюонного обмена

$$V_{\text{coul}} = -\frac{2}{3}\alpha_s \cdot \sum_{(i,j)} \frac{1}{r_{ij}}\,, \tag{6}$$

где $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}| = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$. ΔH_{self} – собственно-энергетическая поправка к массе бариона

$$\Delta H_{\text{self}} = -\frac{2\sigma}{\pi} \sum_i \frac{\eta_i}{m_i} \tag{7}$$

(определение η_i см. ниже); ΔH_{spin} – поправка за счёт зависящего от спинов взаимодействия; для основного состояния бариона с хорошей точностью аппроксимируется следующей формулой:

$$\Delta H_{\text{spin}} \approx \sum_{(i,j)} \frac{\mathbf{s}_i \mathbf{s}_j}{m_i m_j} \cdot \left[\frac{16\pi\alpha_s}{9} \delta(\mathbf{r}_{ij}) + \frac{\sigma\lambda^2}{\pi} r_{ij} \cdot K_1(\lambda r_{ij}) \right], \tag{8}$$

где $\lambda = 1/T_g \approx 1$ ГэВ, $T_g \approx 0.2$ фм — глюонная корреляционная длина, $K_1(z)$ – стандартная функция Макдональда. Так называемую “струнную поправку” ΔH_{string}, суммирующую вклады центробежных энергий вращающихся струн, мы обсудим несколько позже.

Следует пояснить, что для вычисления массы бариона согласно методу ЭГ необходимо найти соответствующее заданным квантовым числам собственное число гамильтониана $\hat{H}$, как функцию величин m_i, минимизировать его по m_i и добавить вклад от поправок ΔH:

$$M = \min_{m_i} \langle \hat{H} \rangle + \langle \Delta H \rangle. \tag{9}$$

Прокомментируем формулы (5)–(8). В формуле (5) радиус вектор точки соединения струн $\mathbf{r}_X$ не является динамической переменной и определяется в зависимости от положений кварков из принципа минимума энергии трёх струн. В общем случае три кварка в пространстве образуют треугольник, а точка соединения струн лежит в плоскости этого треугольника строго внутри него. Геометрически нужно найти точку внутри данного треугольника, сумма расстояний от которой до всех трёх вершин треугольника минимальна. Известно, что если все углы треугольника по величине меньше 120°, то такая точка существует и единственна; в математике она известна как точка Торричелли или точка Ферма (см., например, монографию В.В.Прасолова "Точки Брокара и изогональное сопряжение", изд. МЦНМО, 2000). В этом случае для суммы расстояний до вершин $\mathfrak{L}$ можно получить следующее простое выражение:

$$\mathfrak{L} = \sqrt{\frac{1}{2}\mathfrak{P} + 2\sqrt{3}\mathfrak{S}}, \tag{10}$$

где $\mathfrak{P} = \sum r_{ij}$ — периметр треугольника, а $\mathfrak{S} = \frac{1}{2}\left|\sum \mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_j\right|$ — его площадь. Если же один из углов треугольника по величине больше 120°, то такая точка просто совпадает с соответствующей вершиной треугольника.

Коэффициент $-2/3$ в формуле (6) есть результат усреднения в цветовом пространстве оператора одноглюонного обмена $\frac{\boldsymbol{\lambda}}{2} \otimes \frac{\boldsymbol{\lambda}}{2}$ по цветовой функции бариона. Выражение для спиновой поправки (8) содержит не только хорошо известный пертурбативный вклад типа Ферми–Брейта но и непертурбативную часть, вычисленную Ю.Симоновым [Phys. Rev. D **65**, 116004 (2002)] в рамках метода МВК и имеющую, вообще говоря, тот же порядок малости. Собственно-энергетическая поправка (7) возникает как конечная часть массового оператора кварка, движущегося в непертурбативном КХД вакууме; фигурирующая в (7) безразмерная константа η лежит в интервале $(0, 1)$ и задаётся формулой:

$$\eta_i = \frac{\varphi(m_i^{(0)}, \lambda)}{\varphi(0, \lambda)}, \tag{11}$$

где при $m < \lambda$

$$\varphi(m,\lambda) = -\frac{3m\lambda}{(\lambda^2-m^2)^{5/2}} \ln\frac{\lambda+\sqrt{\lambda^2-m^2}}{m} + \frac{\lambda^2+2m^2}{m(\lambda^2-m^2)^2} \tag{12}$$

и при $m > \lambda$

$$\varphi(m,\lambda) = -\frac{3m\lambda}{(m^2-\lambda^2)^{5/2}} \arctan\frac{\sqrt{m^2-\lambda^2}}{\lambda} + \frac{\lambda^2+2m^2}{m(m^2-\lambda^2)^2} \tag{13}$$

(определение λ см. выше).

Наконец, вклад поправки ΔH_{string} вычисляется по формуле

$$\langle \Delta H_{\text{string}} \rangle = -\sum_i \frac{\sigma^2 \mathbf{l}_i^2}{2} \left\langle \frac{1}{\sigma r_{iX}} \right\rangle \cdot \frac{1}{\langle \sigma r_{iX} \rangle \left(m_i + \frac{1}{3}\langle \sigma r_{iX} \rangle \right)}\,, \tag{14}$$

где $\mathbf{l}_i$ — орбитальные моменты кварков. Для основных состояний барионов и низших возбуждений эта поправка численно оказывается малой; учёт её лежит за пределами точности рассматриваемого метода.

Константа α_s, фигурирующая в формулах (6),(8), в нашем подходе определяется в рамках теории возмущений над непертурбативным фоновым полем (см., например, работу Ю.Симонова [Phys. Atom. Nucl. **65**, 135 (2002)]). На малых расстояниях вместо традиционной пертурбативной формулы для α_s имеем (в пределе больших N_c):

$$\alpha_s(Q^2) \approx \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{Q^2+M_0^2}{\Lambda^2}\right)}\,, \tag{15}$$

где $\beta_0 = \frac{11}{3}N_c - \frac{2}{3}N_f$, а M_0 — масса низшего гибридного возбуждения ($\sim$ 1 ГэВ). Из (15) видно, что приблизительно на масштабе 1 ГэВ значение α_s должно "замораживаться". Более аккуратный расчёт даёт для α_s примерное значение 0.4 .

Как уже неоднократно подчеркивалось выше, расчёты в методе эффективного гамильтониана не требуют, в отличие от традиционных потенциальных моделей, введения дополнительных подгоночных параметров. Реально для расчётов требуется только знание токовых масс кварков (при этом токовую массу легкого кварка можно положить равной нулю, так как учёт её в любом случае находится вне пределов применимости данного метода); константы α_s, о которой говорилось в предыдущем абзаце и величины натяжения струны, которое мы фиксировали на основе решёточных данных.

Таблица 1. Массы основных состояний барионов, вычисленные в методе ЭГ (МэВ), в сравнении с экспериментом

Baryon	N	Δ	Λ	Σ	Σ^*	Ξ	Ξ^*	Ω
Theor.	1151	1294	1249	1244	1379	1326	1457	1540
Exp.	938	1232	1116	1189	1385	1315	1530	1672
Baryon	Λ_c	Σ_c	Σ_c^*	Ξ_c	Ξ_c'	Ξ_c^*	Λ_b	Ω_c
Theor.	2461	2480	2547	2546	2567	2604	5835	2618
Exp.	2285	2455	2520	2466	2547	2645	5624	2704

Фактически в работе использовался следующий набор параметров ($q = u, d$):

$$\begin{gathered} m_q^{(0)} \approx 0, \quad m_s^{(0)} = 0.17 \text{ ГэВ}, \quad m_c^{(0)} = 1.4 \text{ ГэВ}, \quad m_b^{(0)} = 4.8 \text{ ГэВ}, \\ \alpha_s = 0.39 \qquad \sigma = 0.15 \text{ ГэВ}^2. \end{gathered} \tag{16}$$

Приведём здесь также значение постоянной η (см. (11)) для всех кварковых флэйворов:

$$\eta_q = 1, \quad \eta_s = 0.88, \quad \eta_c = 0.234, \quad \eta_b = 0.052. \tag{17}$$

Фигурирующая в (9) энергия трёхкваркового состояния $E(m_i) = \langle \hat{H} \rangle$ вычисляется из уравнения Шредингера

$$\hat{H}\psi = E\psi, \tag{18}$$

где $\psi(\mathbf{r}_i)$ — трёхкварковая волновая функция. Поскольку оператор кинетической энергии (4) имеет формально нерелятивистскую структуру, мы можем воспользоваться для решения уравнения (18) известными методами задачи трёх тел квантовой механики. Это сразу позволит исключить движение центра масс и ввести новые ортогональные переменные описывающие относительное движение кварков (координаты Якоби). Решение получившейся квантовомеханической задачи может быть проведено во всяком случае численно, а в некоторых ситуациях и аналитически. При этом специфическая форма струнного потенциала позволяет в некоторых случаях ввести специальные угловые переменные и вывести приближённые симметрийные соотношения и законы сохранения, упрощающие дальнейший анализ указанных уравнений.

Детали численных и аналитических вычислений масс основных состояний барионов, а также их результаты подробно обсуждаются в тексте диссертации. Значения масс, полученные методом ЭГ (см. табл. 1), в целом находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными, однако для некоторых барионов наблюдаются заметные расхождения. Детальный анализ метода указал на два самых существенных источника возможных ошибок. Во-первых, используемый einbein формализм приводит к правильной релятивистской зависимости энергии частицы от её импульса, но не учитывает вклад в волновую функцию частицы от состояний с отрицательной энергией, что, например, для кварка соответствует отбрасыванию двух нижних компонент релятивистского биспинора (в стандартном представлении). Во-вторых, не учитывается вклад от пионных степеней свободы, которые могут оказаться весьма существенными в особенности в лёгких барионах.

Для оценки точности метода сравнивались результаты, полученные для масс барионного декуплета, с результатами расчётов на решетке в quenched–приближении. Последнее как раз не рассматривает кварковые состояния с отрицательной энергией, с другой стороны вклад пионных обменов в массу декуплетного бариона по-видимому мал, так как спин и изоспин любой пары легких кварков в этом случае равны единице. Между результатами наблюдается хорошее согласие, что безусловно свидетельствует в пользу метода ЭГ.

Как уже отмечалось ранее, вслед за появлением информации об экспериментальном обнаружении пентакварка Θ^+, было представлено множество теоретических моделей, претендующих на описание его свойств. Весьма популярна оказалась гипотеза, предложенная Р.Джаффе и Ф.Вильчеком [Phys. Rev. Lett. **91**, 232003 (2003)], о существовании внутри пентакварка двух сильносвязанных скалярных изоскалярных дикварков $[ud]$, принадлежащих представлению $\overline{\mathbf{3}}$ по цветовой группе $SU(3)_C$ и по унитарной группе $SU(3)_F$. Поскольку в то время появились (впоследствии не подтвердившиеся) указания на существование других пентакварков — партнёров Θ^+ по антидекуплету, Р.Джаффе и Ф.Вильчек также сделали попытку в рамках своей гипотезы предсказать их массы.

Цветовая и флэйворная структура пентакварка в описываемой схеме полностью аналогична антибариону. Единственное отличие заключается в том, что дикварки, в отличие от кварков, являются бозонами и теорема о связи спина и статистики требует введения нечетного (для основного состояния просто единичного) относительного орбитального момента между ними. При этом чётность пентакварка автоматически оказывается положительной, что очевидно противоречит конституэнтным кварковым моделям, в которых

Таблица 2. Динамические массы кварка и дикварка, а также массы пентакварков с $J^P = \frac{1}{2}^+$ в схеме Джаффе–Вильчека (расчёт проведен методом эффективного гамильтониана (EH), а также посредством безспинового уравнения Солпитера (SSE))

		$m_{[ud]}$	$m_{d,s}$	M
$[ud]^2\bar{s}\ \frac{1}{2}^+$	EH	0.482	0.458	2.171
	SSE	0.463	0.468	2.070
$[ud]^2\bar{d}\ \frac{1}{2}^+$	EH	0.476	0.415	2.091
	SSE	0.469	0.379	1.934

пентакварк (в основном состоянии) должен иметь отрицательную четность.

С точки зрения КХД 4 кварка и 1 антикварк в пентакварке соединены между собой семью струнами, которые значительно увеличивают его массу (как минимум, до 3 ГэВ). В то же время в описываемой схеме внутри пентакварка есть только три составляющие, соединённые между собой тремя струнами, как кварки в барионе. С одной стороны это позволяет рассчитывать на разумное значение полной массы пентакварка, с другой — позволяет применить всю вышеописанную технику для предсказания массы пентакварка в рамках метода ЭГ. Небольшие изменения следует произвести только в структуре собственно-энергетических поправок к массе состояния, так как дикварки, в отличие от кварков, в силу своих квантовых чисел в эту величину вклада не дают.

Для расчётов по данной схеме в рамках метода ЭГ необходимо зафиксировать "токовую" массу дикварка. Имея в виду получить нижнее ограничение на массу пентакварка, мы положили $m^{(0)}_{[ud]} \approx 0$. Для определения точности метода ЭГ при наличии орбитального движения кварков в барионе мы оценили усреднённую по спинам массу первого орбитального (N^-, Δ^-) возбуждения. Предварительный расчёт дал для этой величины значение 1.63 ГэВ, в то время как экспериментальное значение:

$$\frac{M_{N^-} + M_{\Delta^-}}{2} \approx \frac{1.52 + 1.76}{2} = 1.64 \text{ ГэВ} \tag{19}$$

в хорошем согласии с теорией, что свидетельствует в пользу применения метода ЭГ для данного типа задач. Массы пентакварков были также независимо вычислены из безспинового уравнения Солпитера, тем самым была проверена адекватность einbein формализма для фиксации правильной релятивистской связи между энергией и импульсом частицы. Результаты расчётов приведены в табл. 2. Видно, что они находятся в хорошем согласии между собой, однако полученное значение массы Θ^+ пентакварка лежит значительно выше данных эксперимента. Таким образом, даже с учетом наличия сверхтонкого расщепления в пентакварках масса Θ^+–бариона (если он всё-таки существует) в схеме Джаффе–Вильчека оказывается по крайней мере на 300 МэВ выше своего экспериментального значения.

Третья глава посвящена анализу кварковой динамики в барионе релятивистски-ковариантным методом дираковских орбиталей.

Известно, например из работ С.Капстика и Н.Изгура [Phys. Rev. D **34**, 2809 (1986)], что при вычислении масс барионов учёт релятивистских эффектов с хорошей точностью производится посредством использования безспинового уравнения Солпитера для описания внутреннего движения кварков. Это уравнение по сути отличается от обыкновенного уравнения Шредингера заменой члена кинетической энергии на его релятивистское выражение $\sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$; кварковые волновые функции при этом рассматриваются просто как скаляры, а спиновые и изоспиновые расщепления учитываются методами теории возмущений. К сожалению, данный метод применим далеко не ко всем барионным наблюдаемым, и, в частности, при вычислении средних от операторов, существенно перепутывающих кварковые спиновые переменные, приходится столкнуться с необходимостью полностью учитывать дираковскую структуру в кварковых амплитудах.

К такого рода операторам безусловно следует отнести аксиальный и тензорный кварковые токи. Соответствующие средние значения этих токов, называемые зарядами бариона, играют большую роль в различных барионных распадах, в глубоконеупругих процессах, при изучении киральной динамики в лёгких барионах. Самосогласованное теоретическое предсказание этих величин для различных барионов является одной из важных задач физики адронов.

Наиболее последовательный способ описания бариона как связанной релятивистской трёхкварковой системы заключается в использовании уравнения Бете-Солпитера для задачи трёх тел (см., например, недавнюю работу группы авторов из Боннского университета [Eur. Phys. J. **A10**, 309 (2001)]). Однако последовательное развитие этого подхода приводит к необходимости решать систему более чем из двадцати связанных интегральных уравнений, что делает задачу практически неразрешимой в конечном виде.

В данной работе предлагается несколько иной (и существенно более прозрачный) подход, который, будучи последовательно релятивистским, тем не менее оказывается достаточно простым для получения теоретических предсказаний, в частности, для тензорного и аксиального барионных зарядов. Данный метод не использует никаких фитирующих или подгоночных параметров, приводит к хорошему согласию с экспериментальными данными и наглядно демонстрирует необходимость релятивистски-ковариантного способа описания кварков как дираковских биспиноров.

Рассмотрим свободный нуклон (протон, для определённости) с 4-импульсом p_μ. Хорошо известно, что спиновое состояние поляризованного протона в произвольной системе отчёта задаётся псевдовектором a_μ, который в системе покоя протона имеет только пространственную часть, направленную вдоль спина протона. Будем обозначать это состояние ниже посредством $|p, a\rangle$. Аксиальный заряд g_A и тензорный заряд g_T протона определяются следующими формулами:

$$\left\langle p, a \left| \hat{\bar{u}} \gamma_\mu \gamma^5 \hat{u} - \hat{\bar{d}} \gamma_\mu \gamma^5 \hat{d} \right| p, a \right\rangle = -g_A a_\mu, \tag{20}$$

$$\left\langle p, a \left| \hat{\bar{u}} \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \hat{u} - \hat{\bar{d}} \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \hat{d} \right| p, a \right\rangle = \frac{g_T}{m} (a^\mu p^\nu - a^\nu p^\mu), \tag{21}$$

где m — масса протона.

В пределе точной изотопической симметрии (который ниже всюду предполагается выполненным) изотопическая структура аксиального тока есть просто оператор $2\hat{I}_3$, диагональный матричный элемент которого совпадает с матричным элементом оператора $\hat{I}_+$, взятым между нейтроном и протоном. Последний естественным образом входит в амплитуду нейтронного β–распада; отсюда, таким образом, можно заключить, что константа g_A должна точно совпадать с аксиальной константой распада нейтрона G_A, значение которой с высокой точностью измерено на эксперименте и равно 1.27 (выбор знака G_A соответствует принятому, например, в монографии Л.Б.Окуня “Лептоны и кварки”). Напротив, для тензорного заряда, к сожалению не существует хорошо установленных экспериментальных данных, хотя последний, в принципе, может быть вычислен как первый момент функции распределения поперечного спина в нуклоне $h_1(x)$ (в обозначениях Джаффе). Заметим, что аксиальный и тензорный заряды нейтрона отличаются от соответствующих величин для протона только знаком и потому не требуют отдельного вычисления.

Теоретических предсказаний для аксиального заряда нуклона существует довольно много, однако их согласие с экспериментом либо далеко от идеала, либо требует введения в модель большого числа вспомогательных величин и фактически достигается подгонкой. В нерелятивистской кварковой модели легко получить хорошо известный результат $g_A = \frac{5}{3}$, в модели мешков MIT значение аксиального заряда существенно меньше ($g_A = 1.09$). Предсказания тензорного заряда нуклона в различных моделях варьируются от 0.89 до 1.45 (см., например, недавнюю работу Л.Гамберга [Phys. Rev. Lett. **87**, 242001 (2001)], где этот вопрос подробно обсуждается). Всё вышесказанное безусловно стимулирует дальнейшее изучение данной проблемы.

Барионное состояние в данном подходе строится как собственная функция трёхкваркового гамильтониана, полученного в приближении мгновенных взаимодействий из трёхчастичного уравнения Бете-Солпитера:

$$\hat{H}\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = E\Psi, \quad \hat{H} = \sum_{i=1}^{3} \hat{H}_i + \Delta H, \tag{22}$$

где

$$\hat{H}_i = \mathbf{p}_{(i)}\boldsymbol{\alpha}_{(i)} + \beta_{(i)}(m_i + M(\mathbf{r}_i)), \tag{23}$$

причём функция $M(\mathbf{r}_i)$ в пределе нулевой глюонной корреляционной длины описывается формулой

$$M = \sigma|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_X|, \tag{24}$$

где σ есть натяжение струны, а $\mathbf{r}_X$ определяет положение точки соединения струн. Оператор ΔH содержит пертурбативные поправки обусловленные глюонными обменами. Волновая функция бариона может быть разложена в ряд по произведениям кварковых амплитуд

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = \sum_{\{n_i\}} \prod_{i=1}^{3} \psi_{n_i}^{(i)}(\mathbf{r}_i) C_{n_1 n_2 n_3}\,. \tag{25}$$

Ниже будем использовать лидирующее приближение валентных кварков и оставим в разложении (25) только первый член, содержащий S–волновые кварковые дираковские орбитали $|u_\lambda\rangle$ и $|d_\lambda\rangle$. Предполагая протон поляризованным вдоль оси Oz, запишем его волновую функцию в $SU(4)$ ($SU(6)$) симметричном виде

$$|p\uparrow\rangle = \sqrt{\frac{1}{18}}\left[-2(|u\uparrow u\uparrow d\downarrow\rangle + \mathrm{perm.}) + (|u\uparrow u\downarrow d\uparrow\rangle + \mathrm{perm.})\right]. \tag{26}$$

В формуле (26) орбитали $|u_\lambda\rangle$ и $|d_\lambda\rangle$ зависят от пространственных координат только через одну функцию χ_λ, в соответствии с принципом изотопической симметрии. Заметим, что протонное состояние (26) с S–волновыми орбиталями фиксирует средний импульс протона равным нулю:

$$\langle \mathbf{P} \rangle = \sum \langle \mathbf{p}_i \rangle = \mathbf{0}. \tag{27}$$

где $\mathbf{p}_i$ есть импульс i-го кварка.

Подставляя (26) в (20) и в (21) находим для зарядов:

$$g_A = +\frac{5}{3}\langle \chi_\uparrow | \Sigma_3 | \chi_\uparrow \rangle, \tag{28}$$

$$g_T = +\frac{5}{3}\langle \chi_\uparrow | \beta\Sigma_3 | \chi_\uparrow \rangle. \tag{29}$$

Далее перейдём в стандартное представление и запишем функцию χ через шаровые спиноры

$$\chi_\uparrow(r,\theta,\phi) = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} G(r)\Omega_{\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \\ F(r)\Omega_{\frac{1}{2},1,\frac{1}{2}}(\theta,\phi) \end{pmatrix}, \tag{30}$$

где предполагается выполненным следующее условие нормировки:

$$\int\limits_0^\infty \left[G^2(r) + F^2(r)\right] dr = 1. \tag{31}$$

Оператор ΔH можно записать приближённо как сумму одночастичных операторов с эффективной константой взаимодействия ζ

$$\Delta H = \sum_{i=1}^{3}\left(-\frac{\zeta}{r_i}\right). \tag{32}$$

Значение ζ оказывается связанным с константой сильного взаимодействия α_s, и при $\alpha_s = 0.39$, каковое значение было проверено нами в предыдущих расчётах барионных масс, значение ζ есть 0.3 .

На функции $G(r)$ и $F(r)$ получаем систему уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} G' - \frac{1}{r}G - \left(\varepsilon + m + \sigma r + \frac{\zeta}{r}\right)F = 0, \\ F' + \frac{1}{r}F + \left(\varepsilon - m - \sigma r + \frac{\zeta}{r}\right)G = 0, \end{aligned} \tag{33}$$

Таблица 3. Значения g_A, g_T, и η в различных теоретических моделях и в сравнении с экспериментом

	Exp.	NRQM	$\zeta = 0$	$\zeta = 0.3$
g_A	1.27	1.67	1.36	1.27
g_T	–	1.67	1.51	1.47
η	–	0	0.14	0.18

где m — масса лёгкого кварка, ε — его энергия.

Окончательно находим для g_A и g_T:

$$g_A = +\frac{5}{3}\left(1 - \frac{4}{3}\eta\right), \quad g_T = +\frac{5}{3}\left(1 - \frac{2}{3}\eta\right), \quad \text{где} \quad \eta = \int\limits_0^\infty F^2(r)dr \tag{34}$$

Заметим, что в нерелятивистском пределе $\eta = 0$ и $g_A = g_T = 5/3$.

Масса лёгкого кварка m очень мала и может быть опущена в уравнениях (33) с хорошей точностью. В модели, таким образом, остаётся единственный размерный параметр σ и безразмерные заряды g_A и g_T разумеется не могут от него зависеть. Единственным существенным параметром в расчётах остаётся величина ζ, значение которой, как уже было отмечено, фиксируется посредством α_s. Результаты расчётов, результаты нерелятивистской кварковой модели и экспериментальные данные сведены в табл. 3. Значение $g_A = 1.27$ находится в хорошем согласии с экспериментом.

В рамках метода оказывается возможным вычислить также массы барионного декуплета. Мы ограничимся только основными состояниями барионов, так что использованное S–волновое приближение для барионной волновой функции выглядит вполне адекватным. Так как спин и изоспин любой пары лёгких кварков в декуплетном барионе равен единице, можно ожидать что вклады пионных обменов будут здесь сильно подавлены. Масса бариона, таким образом, полностью определяется собственными числами системы уравнений (33). Единственное изменение связано с возможным наличием валентных s-кварков в барионе; фактически нужно независимо вычислить энергию ε и амплитуду χ лёгкого кварка q и странного кварка s; уравнения для последней получаются из системы (33) путём очевидных переобозначений.

Однако при таком способе расчёта возникает проблема движения центра масс бариона. Выбор барионной волновой функции в виде (25),(26), отвечает равенству нулю среднего значения барионного импульса (ср. (27)), но не убирает соответствующие степени свободы из уравнений задачи. Это означает, что центр масс бариона стохастически осциллирует около нулевой точки и даёт ненулевой вклад в кинетическую энергию системы, каковой с необходимостью должен быть устранён для получения физической массы бариона. Простейший способ проделать это — воспользоваться уравнением Клейна–Гордона.

$$M^2 = E^2 - \langle \mathbf{P}^2 \rangle, \tag{35}$$

где $\mathbf{P} = \sum \mathbf{p}_i$ есть полный импульс трёхкварковой системы, а $E = \sum \varepsilon_i$ есть её полная энергия.

В используемом нами приближении S–волновых орбиталей очевидно, что

$$\langle \mathbf{p}_i \mathbf{p}_j \rangle = 0 \text{ для } i \neq j, \text{ и } \langle \mathbf{p}_i^2 \rangle = \langle \chi_i | \mathbf{p}^2 | \chi_i \rangle, \tag{36}$$

где χ_i есть собственная функция системы уравнений (33). Таким образом

$$\hat{H}\chi_i = \left(\boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} + \beta \cdot m_i + \hat{1} \cdot \left(-\frac{\zeta}{r} \right) + \beta \cdot \sigma r \right) = \varepsilon_i \chi_i \tag{37}$$

и средний квадрат импульса выражается через два простых интеграла:

$$\begin{aligned}
\langle \chi_i | \mathbf{p}^2 | \chi_i \rangle &= \langle \chi_i | \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} | \boldsymbol{\alpha}\mathbf{p} | \chi_i \rangle = \left\langle \chi_i \middle| \left(\varepsilon_i - \beta \cdot m_i - \hat{1} \cdot \left(-\frac{\zeta}{r} \right) - \beta \cdot \sigma r \right)^2 \middle| \chi_i \right\rangle = \\
&= \left\langle \chi_i \middle| \left(\varepsilon_i + \frac{\zeta}{r} \right)^2 + (m_i + \sigma r)^2 \middle| \chi_i \right\rangle - 2 \left\langle \chi_i \middle| \left(\varepsilon_i + \frac{\zeta}{r} \right) (m_i + \sigma r) \cdot \beta \middle| \chi_i \right\rangle = \\
&= \int dr \left(G^2(r) + F^2(r) \right) \left(\left(\varepsilon_i + \frac{\zeta}{r} \right)^2 + (m_i + \sigma r)^2 \right) - \\
&\quad - 2 \int dr \left(G^2(r) - F^2(r) \right) \left(\varepsilon_i + \frac{\zeta}{r} \right) (m_i + \sigma r)
\end{aligned} \tag{38}$$

Таблица 4. Массы основных состояний декуплета барионов, вычисленные в модели дираковских орбиталей (МэВ), в сравнении с экспериментом

Baryon	Δ	Σ^*	Ξ^*	Ω
Theor.	1233	1381	1527	1672
Exp.	1232	1383	1532	1672

Масса бариона вычисляется по формуле

$$M = \sqrt{\left(\sum \varepsilon_i\right)^2 - \sum \langle \mathbf{p}_i^2 \rangle} \qquad (39)$$

Как и ранее, пренебрежем здесь массой легчайшего кварка; в модели остаются два размерных параметра: натяжение струны σ и масса странного кварка m_s, значения которых фиксируются на основе результатов предыдущих расчётов барионного спектра

$$\sigma = 0.18 \text{ ГэВ}^2, \quad m_s = 210 \text{ МэВ}. \qquad (40)$$

Результаты вычислений представлены в табл. 4 в сравнении с экспериментальными данными. Между результатами наблюдается очень хорошее согласие.

Заключение содержит обзор полученных результатов и возможных направлений для дальнейшего исследования.

3. Основные результаты работы

1. В квантовомеханической задаче трёх тел со струнным потенциалом получены замкнутые аналитические выражения для энергии взаимодействия и положения точки соединения струн в терминах якобиевских переменных. Для случая трёх одинаковых частиц выявлена приближённая динамическая симметрия задачи; её реализация оказывается наиболее наглядной при использовании предложенного в работе специального базиса угловых переменных.

2. В рамках метода эффективного гамильтониана (ЭГ) КХД численно найдены массы 30 основных барионных состояний, в том числе дважды тяжелых, с учётом движения точки соединения струн. Результаты находятся в хорошем согласии с экспериментом. Характерной чертой указанного метода является использование исключительно фундаментальных параметров КХД: токовых масс кварков, константы α_s, натяжения струны σ. Вычислены пертурбативные и непертурбативные вклады в спин-спиновое расщепление, а также вклады собственной энергии кварков. Получены приближённые аналитические формулы для масс Δ- и Ω-барионов. Проанализирована точность используемого quenched–приближения. Приведены предварительные оценки масс некоторых орбитальных возбуждений октетных барионов.

3. В рамках метода ЭГ вычислены массы экзотических пентакварковых состояний в схеме Джаффе–Вильчека. Показано, что предложенная ранее гипотеза о существовании внутри пентакварка двух сильно связанных изоскалярных цветных дикварков приводит к заведомо большим значениям масс пентакварков нежели наблюдавшиеся на эксперименте.

4. В методе дираковских орбиталей вычислены аксиальный и тензорный заряды нуклона. Показана важность учёта нижних компонент кварковых биспиноров при анализе внутренней структуры бариона. Модель не содержит свободных параметров; предсказанное в модели значение аксиальной константы нуклона совпадает с высокой точностью с измеренным экспериментальным значением.

5. В методе дираковских орбиталей вычислены массы основных состояний барионного декуплета и их радиальных возбуждений. Предложен оригинальный метод устранения нефизических вкладов от движения центра масс системы трёх кварков при вычислении физической массы бариона. Результаты расчётов находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Список публикаций

[1] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "The heavy baryons in the nonperturbative string approach", in *Proceedings of the* 9^{th} *International Conference on Hadron Spectroscopy, IHEP, Protvino, Russia, 2001*, ed. by Dmitrii Amelin and Alexander M. Zaitsev; AIP Conference Proceedings №619, pp. 669-672.

[2] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "The heavy baryons in the nonperturbative string approach", Phys. Atom. Nucl. 65 (2002) 917-924.

[3] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "Baryons in the nonperturbative string approach", πN Newslett. 16 (2002) 394-396 .

[4] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "The doubly heavy baryons in the nonperturbative QCD approach", in *Proceedings of the* 9^{th} *International Conference on the Structure of Baryons, Jefferson Lab, Newport News,*

Virginia, USA, 2002, ed. by Carl E. Carlson and Bernhard A. Mecking; pp. 639-642.

[5] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "The doubly heavy baryons", Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 115 (2003) 20-23.

[6] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "Light, heavy and doubly heavy baryons in nonperturbative quark dynamics", in *Proceeding of the International Conference "I.Ya.Pomeranchuk and physics at the turn of the century", Moscow, 2003* (World Scientific), ed. by A.Berkov, N.Narozhny, L.Okun; pp. 311-316.

[7] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "Ground state baryons in nonperturbative quark dynamics", Phys. Atom. Nucl. 67 (2004) 762-772.

[8] I.M.Narodetskii and M.A.Trusov, "Spectroscopy of baryons containing two heavy quarks", in *Heavy Quarks Physics*, Lecture Notes in Physics, vol. 647 (Springer, 2004), ed. by D.Blaschke, M.A.Ivanov, T.Mannel; pp. 264-274.

[9] I.M.Narodetskii, Yu.A.Simonov, M.A.Trusov, and A.I.Veselov, "Pentaquark spectrum in string dynamics", Phys. Lett. B 578 (2004) 318-322.

[10] I.M.Narodetskii, C.Semay, B.Silvestre-Brac, Yu.A.Simonov, and M.A.Trusov, "Pentaquarks in the Jaffe–Wilczek approximation", Phys. Atom. Nucl. 68 (2005) 536-540.