

Федеральное Государственное Унитарное предприятие
Государственный Научный Центр Российской Федерации
Институт Теоретической и Экспериментальной Физики
им. А.И.Алиханова

На правах рукописи

ЗАЯКИН Андрей Викторович

**Непертурбативные явления
в квантовой теории поля
во внешних полях
и при конечной температуре**

Специальности 01.04.02 – теоретическая физика
и 01.01.03 – математическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2009 г.

УДК 530.145

Работа выполнена в ГНЦ РФ – Институте Теоретической
и Экспериментальной Физики им.А.И.Алиханова

Научные руководители: академик РАН,
доктор физ.-мат.наук Д.В.Ширков
(ЛТФ им.Н.Н.Боголюбова, ОИЯИ, г.Дубна)
доктор физ.-мат.наук А.С.Горский
(ГНЦ РФ ИТЭФ, г.Москва)

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат.наук,
профессор В.Ч.Жуковский
(МГУ им.М.В.Ломоносова, г.Москва)

доктор физ.-мат.наук Ю.М.Макеев
(ГНЦ РФ ИТЭФ, г.Москва)

Ведущая организация: Институт Теоретической Физики им.Л.Д.Ландау,
г.Черноголовка

Защита состоится "26"мая 2009 г. в 11 часов 00 минут на заседании
диссертационного совета Д 201.002.01 при ГНЦ РФ ИТЭФ по адресу:
г.Москва, ул. Б.Черемушкинская, 25, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГУП ГНЦ РФ ИТЭФ.

Автореферат разослан "24"апреля 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ.-мат.наук

В.В.Васильев

1. Общая характеристика работы

1.1. Актуальность темы

Одним из современных способов описания квантовой хромодинамики является использование понятия об эффективных магнитных степенях свободы (монополях), присутствующих наряду с электрическими степенями свободы (кварками). В зависимости от роли электрических зарядов или монополей в динамике можно различить ту или иную фазу теории. Взаимодействие электрических и магнитных степеней свободы в КХД друг с другом и с внешними полями представляет огромный интерес для современной физики в связи с развитием экспериментальных установок, в частности ЛНС, которые позволят уже в ближайшем будущем выяснить свойства кварк-глюонной плазмы при экстремальных условиях, сравнительно недавно казавшихся за пределами возможного. С одной стороны, кварк-глюонная плазма при высоких температурах станет "окном" в монополь-доминированную фазу КХД. При этом актуален вопрос, является ли она жидкостью, ионной жидкостью или газом. Для теоретического предсказания поведения кварк-глюонной плазмы требуется понимать, как устроены корреляции между электрическими и магнитными степенями свободы. С другой стороны, получение кварк-глюонной плазмы при столкновениях тяжелых ионов предполагает возможность наличия в ней сильных (сверхкритических) магнитных полей, которые проявляют себя через швингеровские эффекты. Следовательно, необходимо также понимать, как меняется фазовая диаграмма КХД в зависимости от наличия внешнего магнитного поля. Поэтому данные актуальные темы и стали основой настоящей работы.

1.2. Цель диссертационной работы

Описание воздействия внешних факторов – поля и температуры – на взаимодействие эффективных монополей КХД и кварков, поведение кваркового конденсата и распад монополю \rightleftharpoons кварк + дион.

1.3. Научная новизна

В работе получены следующие новые результаты.

1. Выявлен фазовый переход в системе петель Вильсона и 'т Хоофта.
2. Получена зависимость положения точки фазового перехода от температуры.
3. Показано, что конденсат в дуальной несуперсимметричной модели возрастает квадратичным образом в зависимости от магнитного поля.
4. Получены ведущий предэкспоненциальный фактор и квазиклассическая экспонента для распада монополя во внешнем электрическом поле.

1.4. Научная и практическая ценность работы

Результаты работы имеют большую теоретическую значимость для квазиклассического понимания динамики кварк-глюонной плазмы в экстремальных условиях. Результаты работы могут применяться в ЛТФ им.Н.Н.Боголюбова ОИЯИ, НИИЯФ МГУ, ИТФ им.Л.Д.Ландау, ИЯИ, ФИАН, ИТЭФ. Практическая ценность работы состоит в предсказании экспериментально наблюдаемых эффектов, таких как, например, переход между скоррелированной и нескоррелированной фазами системы кварк-монополю, магнитный катализ нарушения киральной симметрии, распад монополя во внешнем электрическом поле.

1.5. Основные положения, выносимые на защиту

1. Установлена возможность существования связанных конфигураций, описывающих взаимодействие петель Вильсона и 'т Хоофта при конечной температуре (см.рис.1). Показано, что в системе петля Вильсона – петля 'т Хоофта имеет место фазовый переход "взаимодействующая фаза – невзаимодействующая (инертная) фаза".

2. Показано (рис.2), что при больших температурах фазовый переход имеет место при соотношении радиусов петли 'т Хоофта и петли Вильсона, обратно пропорциональном температуре, а при малых температурах – при известном постоянном значении этого соотношения.
3. Получена зависимость кваркового конденсата от внешнего магнитного поля и массы кварка в рамках дуальной несуперсимметричной модели КХД (рис.3). Показано, что дуальная модель предсказывает квадратичный рост конденсата во внешнем магнитном поле. Дано объяснение этому явлению в терминах киральной теории возмущений с аномальным пион-фотонным взаимодействием.
4. Выяснено, что метод перевала по швингеровскому параметру является эффективным способом перехода к квазиклассическому приближению для задачи о распаде монополя во внешнем поле. Показано, что этим методом можно рассчитать префактор для ширины индуцированного распада магнитного монополя во внешнем постоянном электрическом поле, причем префактор зависит от поля линейно. Выяснено, что учет конечной температуры дает нетривиальные поправки к ширинам запрещенных распадов во внешнем электрическом поле.

1.6. Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертации неоднократно докладывались на теоретических семинарах ИТЭФ, ИЯИ РАН, МИАН им.В.А.Стеклова, ФИАН им.П.Н.Лебедева, ИТФ им.Л.Д.Ландау, на международных школах и конференциях "Кварки-2008"(Сергиев Посад, 2008), 48 Cracow School of Theoretical Physics: Aspects of Duality (Poland, 2008), Confinement8 (Germany, 2008), XLI Зимняя школа ПИЯФ (2007), III Southeastern European Workshop "Challenges Beyond the Standard Model"(Serbia, 2007), "IV Summer School in Modern Mathematical Physics"(Serbia, 2006), XI Marcel Grossmann Meeting on General Relativity (Germany, 2006), XXXIII International Conference on High Energy Physics (Москва, 2006), на теоретических семинарах Университета г.Мюнхен, Германия.

По материалам диссертации опубликовано 4 научных работы в ведущих российском и зарубежных реферируемых научных журналах.

1.7. Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Общий объем диссертации составляет 108 страниц, включая 23 рисунка и 2 таблицы. Список литературы содержит 166 библиографических ссылок.

2. Содержание работы

Во Введении объясняется актуальность поставленной темы, ее теоретическая значимость. Даются общие сведения по методам, которыми будут решаться предложенные задачи.

В главе I методом AdS/CFT соответствия рассчитывается вакуумное среднее двух концентрических компланарных петель Вильсона и 'т Хоофта радиусов R_1 и R_2 , соответственно, где $R_1 > R_2$. Для этой цели необходимо найти минимальную поверхность в пространстве анти-деСиттера, для которой указанные петли являются границей, и которая является решением уравнений движения, следующих из действия на поверхности $X^\mu(\sigma)$, помещенной в пространство с метрикой $g_{\mu\nu}$

$$S = \int d^2\sigma \sqrt{\det \partial_{\alpha,\beta} X^\mu \partial_\beta X^\nu g_{\mu\nu}}. \quad (1)$$

Существуют две возможные конфигурации минимальной поверхности. Одна из них, которая обозначена как "несвязная конфигурация", состоит из двух несвязанных мировых поверхностей струн типа (1, 0) (электрически заряженной) и струн типа (0, 1) (магнитно заряженной), имеющих своими границами петли Вильсона и 'т Хоофта, соответственно. Другая из возможных конфигураций включает также поверхность струны типа (1, 1) (электрически и магнитно заряженной).

Используется метрика в пространстве анти-деСиттера, устроенная как

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2} (-h(z)dt^2 + dx_i^2) + \frac{R^2}{h(z)} \frac{dz^2}{z^2}, \quad (2)$$

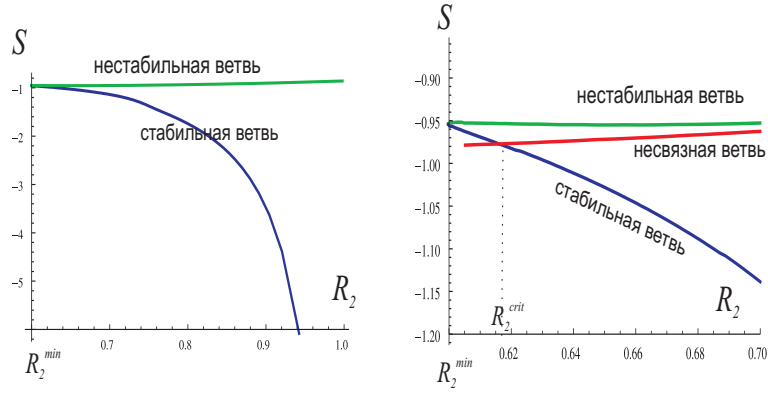


Рис. 1: Две ветви действия на связной конфигурации, стабильная и нестабильная

где

$$h(z) = \begin{cases} 1 - \frac{z^4}{z_0^4}, & z_0 > 2/3 \\ z^2 + 1 - \mu z^4, & z_0 < 2/3, \end{cases} \quad (3)$$

и $z_0 = \frac{1}{\pi T}$, где T – температура, R – радиус пространства анти-деСиттера. Эта метрика соответствует либо компактифицированной геометрии анти-деСиттера ($z_0 > 2/3$), либо черной дыре в пространстве анти-деСиттера ($z_0 < 2/3$). Для простоты рассмотрим случай $g \rightarrow \infty$, где g – константа связи теории; такой предел совместим с гипотезой дуальности. Натяжение поверхности устроено как

$$T_{p,q} = \sqrt{p^2 + \frac{q^2}{g^2}}. \quad (4)$$

Поэтому натяжение монопольной поверхности стремится к нулю. Следовательно, дионный и кварковый сегменты образуют практически гладкую поверхность, к которой по нормали крепится монопольный сегмент. Действие на любой из поверхностей с электрическими и магнитными зарядами (p, q) , определяющей функцией вложения $r(z)$, есть

$$S = T_{p,q} \int dz \frac{r}{z^2} \sqrt{\frac{1}{h(z)} + r'^2}. \quad (5)$$

Решая уравнения движения для такого действия, можно найти возможность существования двух ветвей (стабильной и нестабильной) решения, описывающего связную конфигурацию, как показано на рис.1.

Сравнивая действие на стабильной ветви связного решения с действием на несвязной конфигурации приходим к выводу о том, что в системе петля

Вильсона – петля 'т Хоофта всегда наличествует фазовый переход при некоем радиусе 'т Хоофта R_2^{crit} . Для $R_2 > R_2^{crit}$ конфигурация оказывается невзаимодействующей, при $R_1 \geq R_2 > R_2^{crit}$ – взаимодействующей. При больших температурах $R_2^{crit} \approx 0.6$, тогда как при малых температурах (с точки зрения фазового перехода Хокинга–Пейдж) $z_0 < R_2/R_1 \leq 1$. Эти результаты главы I отражены графически на рис.2.

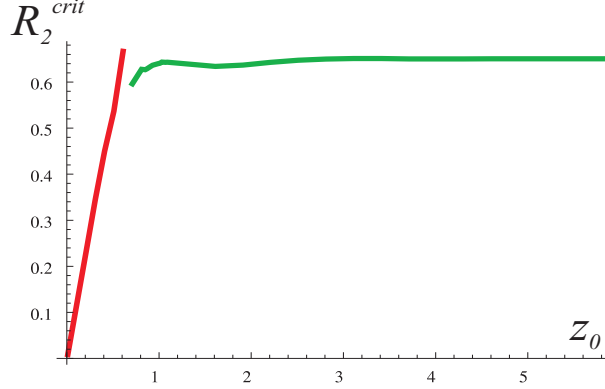


Рис. 2: Зависимость критического радиуса 'т Хоофта R_2^{crit} параметра обратной температуры z_0

В главе II обсуждается простая несуперсимметричная модель КХД, которая включает в себе многие из основных характерных особенностей последней: конфайнмент, нарушение конформной симметрии, нарушение киральной симметрии. Модель помещается в магнитное поле, при этом изучается поведение конденсата и спектров масс мезонов. В качестве такой модели берется модель Карха–Каца с деформацией Констебля–Майерса. Геометрия этой модели (гипотетически) описывает $\mathcal{N} = 4$ SYM, нарушенную ненулевыми вакуумными значениями всех шести скалярных полей. От чистой модели Карха–Каца она также наследует стопку пробных $D7$ бран, которые не меняют метрики. В силу этого используется приближение $N_f \ll N_c$.

Динамика браны описывается действием Борна–Инфельда

$$S_{D7} = \mu_7 \int d^8 \xi \sqrt{\det \left(2\pi B_{\alpha\beta} + 2\pi \alpha' F_{\alpha\beta} + g_{\mu\nu} \frac{\partial X^\mu}{\partial \xi^\alpha} \frac{\partial X^\nu}{\partial \xi^\beta} \right)} + \int d^8 \xi C_4 \wedge F \wedge B \quad (6)$$

Здесь $B_{\mu\nu}$ – поле Кальба–Рамона, проекция которого на брану есть $B_{\alpha\beta}$, а $F_{\alpha\beta}$ есть обычное максвелловское поле на бране. Выберем постоянное

поле с ненулевыми компонентами $F_{23} = -F_{32} = B$, все остальные компоненты которого зануляются. Слагаемое Черна–Саймонса не влияет на классическую динамику. Оно может лишь дать вклад в осцилляции, описывающие мезонные массы. D7 брана пробегает в направлении координат $x_0, x_1, x_2, x_3, w_1, w_2, w_3, w_4$, как показано на следующей таблице.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D3	+	+	+	+	-	-	-	-	-	-
D7	+	+	+	+	+	+	+	+	-	-

Эти координаты суть соответственно внутренние координаты $\xi_1 \dots \xi_8$ на мировом объеме браны. Брана не пробегает через остающиеся координаты w_5, w_6 , которые являются координатами вложения браны в пространство вложения. Они представляют собой функции координат ξ_i . Метрика Констебля–Майерса устроена как

$$ds^2 = H^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{2b^4}{r^4}\right)^{\frac{\delta}{4}} dx^2 + H^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{2b^4}{r^4}\right)^{\frac{2-\delta}{4}} \frac{r^2}{\left(1 + \frac{2b^4}{r^4}\right)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{r^6}{(r^4 + b^4)^2} dr^2 + d\Omega^2 \right], \quad (7)$$

где

$$H = \left(1 + \frac{2b^4}{r^4}\right)^{\delta} - 1. \quad (8)$$

Эта форма метрики позволяет легко видеть, что она ведет себя асимптотически при $r \rightarrow \infty$ как чистое пространство AdS, но отличается от него вблизи сингулярности. Решение Констебля–Майерса предполагает также наличие поля дилатона

$$e^{2\phi} = e^{2\phi_0} \left(1 + \frac{2b^4}{r^4}\right)^{\Delta} \quad (9)$$

и поля C_4 формы

$$C_{(4)} = -\frac{1}{4} H^{-1} dx_0 \wedge dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3, \quad (10)$$

причем на параметры налагаются условия

$$\begin{aligned} \Delta^2 + \delta^2 &= 10, \\ \delta &= \frac{1}{2b^4}. \end{aligned} \quad (11)$$

Для более удобного вложения $D7$ браны можно произвести преобразование координат, которое разделит 4- и 6-мерные гиперплоскости:

$$ds^2 = H^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{w^4 + b^4}{w^4 - b^4} \right)^{\frac{\delta}{4}} dx^2 + H^{\frac{1}{2}} \left(\frac{w^4 + b^4}{w^4 - b^4} \right)^{\frac{2-\delta}{4}} \frac{w^4 - b^4}{w^4} \sum_{i=1}^6 dw_i^2, \quad (12)$$

где теперь

$$H = \left(\frac{w^4 + b^4}{w^4 - b^4} \right)^{\delta} - 1, \quad (13)$$

и дилатон записывается как

$$e^{2\phi} = e^{2\phi_0} \left(\frac{w^4 + b^4}{w^4 - b^4} \right)^{\Delta}. \quad (14)$$

Поле Кальба-Рамона во всем объеме эквивалентно максвелловскому полю на бране.

С таким анзацем в метрике, данной выше, действие Борна-Инфельда устроено как

$$S = -\mu_7 \int d^8\xi G(\rho, w) \sqrt{1 + w'^2(\rho)} \sqrt{1 + B^2/g_{11}^2}, \quad (15)$$

где

$$G(\rho, w) = \rho^3 \frac{((\rho^2 + w^2)^2 + b^4) ((\rho^2 + w^2)^2 - b^4)}{(\rho^2 + w^2)^4} e^{2\phi}. \quad (16)$$

Мы будем искать решения в форме $w_5 = w(\rho)$, $w_6 = 0$, где

$$\rho = \sqrt{w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2}. \quad (17)$$

Уравнения движения имеют вид

$$\frac{d}{d\rho} \left(\frac{Gw'}{\sqrt{1 + w'^2}} \sqrt{1 + B^2/g_{11}^2} \right) - \sqrt{1 + w'^2} \frac{d}{dw} \left(G \sqrt{1 + B^2/g_{11}^2} \right) = 0. \quad (18)$$

Решая численно эти уравнения при ненулевом значении поля B , можно получить зависимость конденсата от массы кварка и напряженности поля согласно соотношению: если $w(\rho)$ – решение, то его асимптотическому виду при $\rho \rightarrow \infty$

$$w(\rho) \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} m + \frac{c}{\rho^2} \quad (19)$$

соответствуют масса и киральный конденсат

$$m_q = \frac{m}{2\pi\alpha'}, \quad (20)$$

$$\langle \bar{q}q \rangle = \frac{c}{(2\pi\alpha')^3}.$$

После анализа численных данных при разных значениях поля оказывается, что линейная зависимость конденсата от поля, полученная для киральной теории А.В. Смилгой и И.А. Шушпановым, в киральном пределе дуальной модели не воспроизводится вовсе. Вместо этого имеет место квадратичная зависимость. Этот результат главы II приведен на рис.3. Предлагается

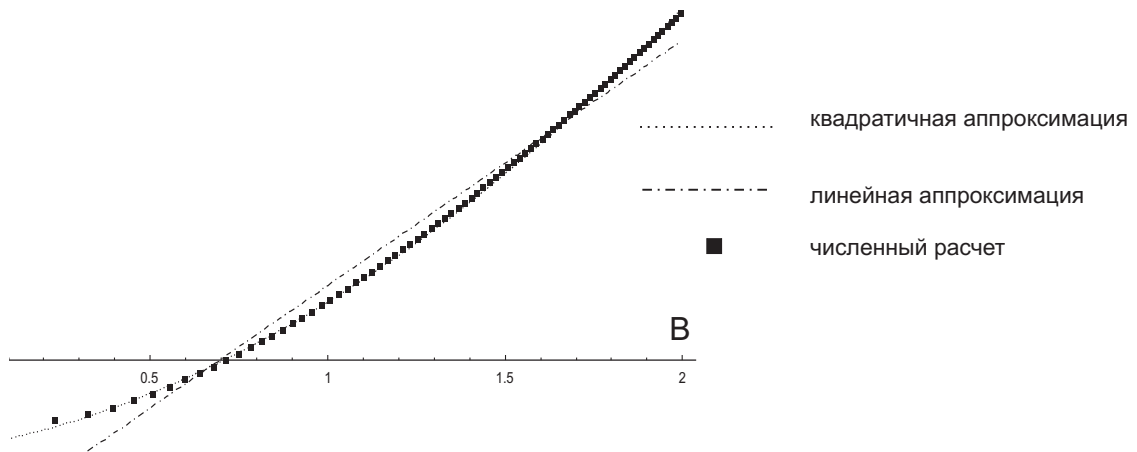


Рис. 3: Магнитный катализ нарушения киральной симметрии в модели Карха–Каца с деформацией Констебля–Майерса в точном киральном пределе $m = 0$

очень простое объяснение этому феномену. Киральная теория возмущений не воспроизводит члены порядка $\left(\frac{1}{N_c}\right)^0$; результат киральной теории начинается с $\left(\frac{N_f}{N_c}\right)^1$. С другой стороны, модель AdS/CFT соответствия воспроизводит эффект как раз ведущего (в данном случае нулевого) порядка по $\frac{1}{N_c}$. Такой эффект может быть потенциально описан и киральной теорией возмущений, если в нее включить член аномального пион-фотонного взаимодействия.

Поиск удовлетворительной дуальной модели КХД должен быть, безусловно, продолжен, так как поведение масс мезонов пока что не находит никакого разумного объяснения. Возможным способом улучшения предсказаний рассмотренной модели был бы учет действия пробной браны на фоновую метрику, что позволило бы принять во внимание следующие

поправки по $\frac{N_f}{N_c}$.

В главе III рассматривается, в частности, процесс „катализа“ рождения пар, инициируемый магнитным монополем в электрическом поле. Другая, эквивалентная интерпретация такого процесса – распад магнитного монополя на кварк и дион. В данной главе широко применяется квазиклассическое приближение и аналогия с процессами распада вакуума. Далее этот расчет воспроизводится в рамках формализма Эйлера–Гейзенберга и обобщается на случай конечной температуры.

Используются хорошо известные функции Грина во внешнем поле для частиц с магнитным и электрическим зарядом; например, для скалярной частицы с магнитным зарядом g и электрическим зарядом e мы имели бы следующую евклидову функцию Грина

$$G_E^{(0)}(y, x) = \frac{1}{32\pi^2} egE^2 \int_0^\infty ds \frac{e^{-\frac{m^2 s - S_s}{2}}}{\sin(\frac{eEs}{2}) \sinh(\frac{gEs}{2})}, \quad (21)$$

где величина

$$S_s = \frac{eE}{4}(y-x)_\parallel^2 \cot \frac{eEs}{2} - \frac{eE}{2}(y_0 x_3 - y_3 x_0) + \\ + \frac{gE}{4}(y-x)_\perp^2 \coth \frac{gEs}{2} - i \frac{gE}{2}(y_1 x_2 - y_2 x_1)$$

будет проинтерпретирована как классическое действие на конфигурации, показанной на рис.4.

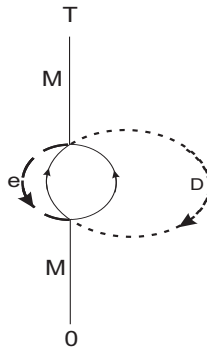


Рис. 4: Классические траектории монополя и диона в плоскости (x_3, x_0) .

Основной метод, который используется в данной главе — переход к квазиклассическому приближению методом перевала в фейнмановских интегралах, содержащих функции типа (21). Применяя его, для распада

монополя получен результат: монополь, бывший ранее стабильным, получает возможность распадаться, причем его ширина распада $\text{Im } \delta M_m$, устроенная, в рамках квазиклассического приближения, как “префактор $\times e^{-S_0}$ ”, где S_0 – классическое действие, дается выражением

$$\text{Im } \delta M_m = -\frac{\lambda^2}{4\sqrt{2}\pi} \frac{eE}{M_m} e^{-S_0} \frac{\cos^2(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2})}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \left(\frac{e}{\theta_1} + g \cot(\frac{g}{e}\theta_2) + g \right)} \frac{g}{\theta_1 \tanh(\frac{g}{e}\theta_2)}, \quad (22)$$

причем действие S_0 устроено как

$$S_0 = \frac{m_q^2}{eE} \theta_1 + \frac{M_d^2}{eE} \theta_2 - \frac{m_e M_d}{eE} \sin(\theta_1 + \theta_2),$$

и

$$\begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^{-1} \frac{M_m^2 + m_q^2 - M_d^2}{2m_e M_m} \\ \cos^{-1} \frac{M_m^2 - m_q^2 + M_d^2}{2M_d M_m} \end{pmatrix},$$

где M_m, M_d, m_q – массы монополя, диона и электрически заряженной частицы, λ – вершинный фактор. При проведении конечно-температурного анализа в квазиклассическом пределе для $T \rightarrow 0$, в случае “почти сферического пузыря”, т.е. $\frac{m_q}{M_m} \ll 1$, ниже Швингеровского предела $\frac{m_q^2}{eE} \gg 1$, вплоть до предэкспоненциального фактора найдена температурная поправка к этой ширине распада:

$$\text{Im } \delta M_m(T) - \text{Im } \delta M_m(0) \sim \frac{\lambda^2 T^2}{m_q (eE)^2} e^{-\frac{eE}{4T^2}}, \quad (23)$$

где E – напряженность внешнего электрического поля.

В Заключение подводятся основные итоги работы.

Список публикаций

- [1] A.V.Zayakin, QCD Vacuum Properties in a Magnetic Field from AdS/CFT: Chiral Condensate and Goldstone Mass, *JHEP*, 07 (2008) 116, 12pp.
- [2] A.K.Monin, A.V.Zayakin, Semiclassical Treatment of Induced Schwinger Processes at Finite Temperature, *Письма в ЖЭТФ*, 87:11 (2008) 709-714
- [3] A.K.Monin, A.V.Zayakin, Monopole Decay in a Variable External Field, *Письма в ЖЭТФ*, 84:1 (2006) 8-12
- [4] A.K.Monin, A.V.Zayakin, Nonperturbative decay of a monopole: The semiclassical preexponential factor, *Phys.Rev.D*, 75 (2007) 065029, 9 pp.