

Федеральное Государственное Унитарное Предприятие
Государственный Научный Центр Российской Федерации
Институт Теоретической и Экспериментальной Физики

На правах рукописи

Буйвидович Павел Васильевич

**Дуальные величины в квантовых
калибровочных теориях**

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2009

УДК 530.12

Работа выполнена в ГНЦ РФ Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, г. Москва.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор М. И. Поликарпов (ИТЭФ,
г. Москва)

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Д. В. Фурсаев (университет
“Дубна”)
доктор физико-математических наук,
профессор А. С. Горский (ИТЭФ,
г. Москва)

Ведущая организация: ГНЦ РФ ИФВЭ (г. Протвино, Москов-
ская область)

Защита состоится « 17 » ноября 2009 г. в 11 часов на заседании
диссертационного совета Д.201.002.01 в ГНЦ РФ ИТЭФ, расположенном
по адресу: г.Москва, ул. Б.Черемушкинская, д. 25, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИТЭФ.

Автореферат разослан « 15 » октября 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физ.-мат. наук

В.В. Васильев

1. Общая характеристика работы

1.1. Актуальность темы

Результаты, представленные в диссертации, могут быть объединены одной целью – идентификация низкоэнергетических струноподобных степеней свободы в вакууме неабелевых калибровочных теорий.

В **главе 1** развивается гипотеза о доминантности центра калибровочной группы в низкоэнергетическом пределе неабелевых калибровочных теорий. В некотором виде такая доминантность должна иметь место хотя бы потому, что на асимптотически больших расстояниях натяжение струны КХД между зарядами в некотором представлении R калибровочной группы зависит только от n -альности этого представления. Эта точка зрения развивается в **разделе 1.2**, где мы используем картину случайных блужданий петель Вильсона по калибровочной группе, развитую в [1–3], и показываем, что такой спектр натяжения струн КХД согласуется лишь с вихреподобной структурой основного состояния теорий Янга-Миллса, причем вихри должны нести поток, квантующийся относительно центра калибровочной группы.

В **разделе 1.3** изучаются свойства центральных вихрей, наблюдаемые в численных экспериментах на решетке. Предыдущие решеточные исследования обнаружили ряд очень нетривиальных свойств центральных вихрей [27, 28], позволяющих идентифицировать центральные вихри как доминантные низкоэнергетические степени свободы. В частности, удаление центральных вихрей из решеточных конфигураций приводит к исчезновению всех непертурбативных явлений, таких как невылетание цвета и спонтанное нарушение киральной симметрии. Еще одно интересное свойство – скейлинг общей площади центральных вихрей в физических единицах при изменении шага решетки. Другими словами, площадь центральных вихрей удовлетворяет непертурбативному уравнению ренормгруппы. Такой физический скейлинг площади двумерных поверхностей является очень нетривиальным, так как практически все модели случайных поверхностей приводят к ультрафиолетово

расходящейся средней площади из-за известной струнной аномалии в пространствах размерности $D \neq 26$. С другой стороны, струнная теория центральных вихрей должна быть самосогласованной в четырехмерном пространстве-времени. Поэтому важно узнать как можно больше о эффективном действии, описывающем центральные вихри. В **разделе 1.3** некоторые параметры этого эффективного действия извлекаются из результатов решеточных Монте-Карло вычислений. Показывается, что помимо обычного члена Намбу-Гото эффективное действие центральных вихрей содержит также члены, зависящие от внутренней (Римановой) и внешней кривизны мировой поверхности вихря. Эти члены делают поверхности вихрей жесткими, а также делают выгодным увеличение рода поверхности вихря. Качественно такое действие может объяснить наблюдаемые свойства центральных вихрей.

Глава 2 посвящена недавно предложенной проверке соответствия между калибровочными теориями и теориями струн в пятимерном пространстве анти Де Ситтера при помощи энтропии квантового перепутывания калибровочных полей в двух комплементарных областях пространства. В работах И. Клебанова и Т. Такаянаги [34, 35] на основании AdS/CFT соответствия была обоснована гипотеза о том, что энтропия перепутывания должна быть неаналитичной по размеру области пространства. В **разделе 2.2** кратко обсуждается дуальное представление для энтропии перепутывания. В **разделе 2.3** анализируется понятие квантового перепутывания в Гильбертовом пространстве физических состояний калибровочных теорий и показывается, что это Гильбертово пространство не может быть разложено на прямое произведение подпространств, связанных с любым разделением всех ребер решетки на подмножества. Понятие квантового перепутывания может быть определено только на расширенном Гильбертовом пространстве, в котором элементарные физические возбуждения калибровочных теорий – электрические струны – могут разрываться на границе между двумя подмножествами. Новые степени свободы – точки окончания электрических струн на границе между двумя областями – в действительности насыщают энтропию перепутывания своей классической Шенноновской энтропией.

Это напоминает “голографический принцип” в квантовой гравитации [39]. Далее показывается, что метод реплики [36], обычно используемый для вычисления энтропии перепутывания, в случае калибровочных теорий в точности соответствует такому расширению Гильбертова пространства. В **разделе 2.4** описывается процедура численного измерения энтропии перепутывания на решетке. В **разделах 2.5 и 2.6** эта процедура используется для измерения энтропии перепутывания в трехмерной Z_2 решеточной калибровочной теории и в четырехмерной $SU(2)$ решеточной калибровочной теории. В случае Z_2 теории оказывается возможным использовать дуальность Крамерса-Ваннье чтобы напрямую извлечь конфигурации электрических струн из результатов Монте-Карло вычислений. Это позволяет численно показать, что для данной теории энтропия перепутывания насыщается классической Шенноновской энтропией концевых точек электрических струн на границе между двумя перепутанными областями. Этот факт является сильным аргументом в пользу голографического соответствия, безотносительно к AdS/CFT соответствию. В **разделе 2.6** измеряется энтропия перепутывания неабелевой $SU(2)$ калибровочной теории (в которой, безусловно, есть удержание цвета) и показывается, что она в действительности неаналитична по размеру области. Наконец, в **разделе 2.7** показывается, что эта неаналитичность напрямую связана с фазовым переходом конфайнмент-деконфайнмент при конечных температурах.

В **главе 3** рассматривается двумерная теория Янга-Миллса на торе. Эта теория представляет собой интересный пример точного соответствия между двумерной калибровочной теорией и двумерной теорией струн, впервые рассмотренного Д. Гроссом и Э. Виттенем в [40]. Двумерная теория Янга-Миллса – это топологическая теория, удерживающая цвет также по чисто топологическим причинам. Можно переписать производящий функционал теории Янга-Миллса на некотором двумерном многообразии \mathcal{M} как сумму по двумерным мировым поверхностям струн, покрывающих \mathcal{M} , возможно с некоторыми сингулярными точками. С другой стороны, этот же производящий функционал можно переписать как производящий функционал одномерной матричной модели со связями первого рода [41].

Таким образом, двумерная теория Янга-Миллса является очень ярким примером соответствия между калибровочными теориями, теориями струн и матричными моделями. В данной главе проводится BRST квантование соответствующей матричной модели в Гамильтоновом формализме.

Наконец, в **главе 4** рассматривается квантовая теория поля на пространстве Де Ситтера. Такая задача имеет отношение к интересному соответствию между теорией струн на пространстве Де Ситтера и четырехмерной теорией Янга-Миллса с комплексной константой связи, впервые рассмотренному А. М. Поляковым [45]. Так как калибровочная теория с комплексной константой связи является неунитарной, можно ожидать, что и теория струн на пространстве Де Ситтера неунитарна. Переходя к низкоэнергетическому пределу теории струн, можно сделать вывод и о том, что обычные квантовые теории поля на пространстве Де Ситтера также неунитарны. Мы явно показываем это, доказывая неверность оптической теоремы в пространстве Де Ситтера. Это наблюдение может быть также интересным (но на сегодняшний день только качественным) решением проблемы космологической постоянной. А именно, космологическая постоянная может затухать из-за квантово-гравитационных эффектов. При таком сценарии инфляции нет необходимости вводить какие-либо дополнительные скалярные поля типа инфлатона.

1.2. Цель диссертационной работы

1. Проверка гипотезы о доминантности центральных вихрей в низкоэнергетическом пределе неабелевых калибровочных теорий.

2. Нахождение эффективного действия центральных вихрей и объяснение их наблюдаемых свойств, таких как перколяция и скейлинг общей площади.

3. Определение энтропии квантового перепутывания для решеточных калибровочных теорий и обоснование связи этого определения с предыдущими вычислениями методом реплики.

4. Нахождение степеней свободы, дающих основной вклад в энтропию квантового перепутывания калибровочных теорий.

5. Численное измерение энтропии перепутывания в калибровочных теориях и сравнение результатов с предсказаниями дуальных AdS/CFT моделей.

6. Исследование связи между неаналитичным поведением энтропии перепутывания и фазовым переходом конфайнмент-деконфайнмент при конечной температуре.

7. BRST квантование матричных моделей со связями первого рода, порождающими движения вдоль групповых классов.

8. Изучение общих свойств (таких как унитарность или существование основного состояния) квантовых теорий поля на пространстве Де Ситтера.

9. Изучение квантовой устойчивости пространства Де Ситтера в низкоэнергетическом пределе квантовой гравитации и оценка скорости затухания космологической постоянной.

1.3. Результаты и положения выносимые на защиту

1. Показано, что экранирование цветных зарядов на асимптотически больших расстояниях указывает на вихреподобную структуру вакуума теории Янга-Миллса [1]. Поведение петель Вильсона на больших расстояниях изучалось при помощи теории случайных блужданий на групповых многообразиях [2, 3].

2. Численно изучено эффективное действие центральных вихрей в $SU(2)$ решеточной калибровочной теории. Было показано, что помимо члена Намбу-Гото, эффективное действие вихрей также содержит члены, делающие их мировые поверхности жесткими [4, 18], и что соответствующие константы связи не исчезают в непрерывном пределе. Основываясь на полученном действии, было предложено качественное объяснение перколяции центральных вихрей [18].

3. Предложена модельно-независимая проверка того, что по мировым поверхностям центральных вихрей распространяются некоторые физические возбуждения [4].

4. Предложено конструктивное определение энтропии перепутывания в калибровочных теориях. Согласно этому определению, чтобы определить понятие перепутанных состояний калибровочных полей

в двух комплементарных областях пространства, следует рассматривать расширенное Гильбертово пространство, в котором закон Гаусса нарушается на границе между областями. Показано, что такое и только такое определение перепутывания соответствует вычислениям по методу реплики [5].

5. Показано, что энтропия перепутывания калибровочных теорий насыщается классической Шенноновской энтропией концевых точек электрических струн на границе между двумя перепутанными областями. Было рассмотрено квантование калибровочных теорий с конфайнментом в окрестности черной дыры и показано, что горизонт черной дыры должен играть роль D-браны для электрических струн (то есть, для линий электрического потока) [5].

6. Численно измерена энтропия перепутывания в $SU(2)$ решеточной калибровочной теории и продемонстрировано ее неаналитичное поведение по размеру перепутанных областей пространства [6]. Тем самым были подтверждены предсказания, основанные на чисто геометрических построениях в голографических дуальных теориях [34, 35, 37]. Асимптотическое поведение энтропии перепутывания на малых расстояниях и скейлинг ее ультрафиолетово расходящейся части также оказались в согласии с теоретическими предсказаниями.

7. Измерена петля Полякова на реплицированном пространстве. Зависимость петли Полякова от размера перепутанной области пространства оказалось схожей с зависимостью от температуры при переходе конфайнмент-деконфайнмент, тем самым была установлена прямая связь между переходом конфайнмент-деконфайнмент и неаналитическим поведением энтропии перепутывания [6].

8. Проведено BRST квантование одномерных матричных моделей со связями первого рода в Гамильтоновом формализме [7]. Рассматриваемые связи первого рода генерируют сдвиги вдоль групповых классов группы симметрии модели.

9. Доказана неунитарность взаимодействующих квантовых теорий поля на пространстве Де Ситтера [8]. В частности, это относится и к низкоэнергетической эффективной теории квантовой гравитации. В

результате оказывается, что пространство Де Ситтера неустойчиво в любой самосогласованной квантовой теории.

1.4. Научная новизна и практическая ценность

Все представленные к защите результаты являются оригинальными и (на момент опубликования) новыми разработками автора диссертации. Результаты опубликованы в ведущих российских и зарубежных журналах, докладывались на международных конференциях и представлены в виде тезисов в трудах этих конференций. Работы известны в научном сообществе и цитируются в работах других авторов в близких областях теоретической физики. Среди новых результатов следует отметить следующие:

1. Показано, что экранирование цветных зарядов на асимптотически больших расстояниях указывает на вихреподобную структуру вакуума теории Янга-Миллса [1]. Поведение петель Вильсона на больших расстояниях изучалось при помощи теории случайных блужданий на групповых многообразиях [2, 3].

2. Численно изучено эффективное действие центральных вихрей в $SU(2)$ решеточной калибровочной теории. Было показано, что помимо члена Намбу-Гото, эффективное действие вихрей также содержит члены, делающие их мировые поверхности жесткими [4, 18], и что соответствующие константы связи не исчезают в непрерывном пределе. Основываясь на полученном действии, было предложено качественное объяснение перколяции центральных вихрей [18].

3. Предложена модельно-независимая проверка того, что по мировым поверхностям центральных вихрей распространяются некоторые физические возбуждения [4].

4. Предложено конструктивное определение энтропии перепутывания в калибровочных теориях. Согласно этому определению, чтобы определить понятие перепутанных состояний калибровочных полей в двух комплементарных областях пространства, следует рассматривать расширенное Гильбертово пространство, в котором закон Гаусса нарушается на границе между областями. Показано, что такое и только такое определение перепутывания соответствует вычислениям по методу

реплики [5].

5. Показано, что энтропия перепутывания калибровочных теорий насыщается классической Шенноновской энтропией концевых точек электрических струн на границе между двумя перепутанными областями. Было рассмотрено квантование калибровочных теорий с конфайнментом в окрестности черной дыры и показано, что горизонт черной дыры должен играть роль D-браны для электрических струн (то есть, для линий электрического потока) [5].

6. Численно измерена энтропия перепутывания в $SU(2)$ решеточной калибровочной теории и продемонстрировано ее неаналитичное поведение по размеру перепутанных областей пространства [6]. Тем самым были подтверждены предсказания, основанные на чисто геометрических построениях в голографических дуальных теориях [34, 35, 37]. Асимптотическое поведение энтропии перепутывания на малых расстояниях и скейлинг ее ультрафиолетово расходящейся части также оказались в согласии с теоретическими предсказаниями.

7. Измерена петля Полякова на реплицированном пространстве. Зависимость петли Полякова от размера перепутанной области пространства оказалось схожей с зависимостью от температуры при переходе конфайнмент-деконфайнмент, тем самым была установлена прямая связь между переходом конфайнмент-деконфайнмент и неаналитическим поведением энтропии перепутывания [6].

8. Проведено BRST квантование одномерных матричных моделей со связями первого рода в Гамильтоновом формализме [7]. Рассматриваемые связи первого рода генерируют сдвиги вдоль групповых классов группы симметрии модели.

9. Доказана неунитарность взаимодействующих квантовых теорий поля на пространстве Де Ситтера [8]. В частности, это относится и к низкоэнергетической эффективной теории квантовой гравитации. В результате оказывается, что пространство Де Ситтера неустойчиво в любой самосогласованной квантовой теории.

Научная и практическая ценность представляемой диссертации заключается в возможности применения полученных результатов в

дальнейших исследованиях физики сильных взаимодействий, теории гравитации и космологии.

1.5. Апробация диссертации

Основные результаты, представленные в Диссертации, обсуждались на внутренних семинарах решёточной группы ИТЭФ, докладывались на теоретических семинарах ИТЭФ (Москва), семинарах Объединенного Института Энергетических и Ядерных Исследований (Минск, Беларусь), Института Ядерных Исследований Российской Академии Наук (Москва), Института Физики Университета Гумбольдта (Берлин, Германия) и Института Гравитационной Физики им. А. Эйнштейна (Потсдам, Германия).

Результаты были также представлены (автором и его соавторами) на многочисленных международных конференциях и семинарах, в частности: на международном семинаре по корреляциям и когерентности в квантовом веществе (Эвора, Португалия); на международной конференции “Confinement 8” (Майнц, Германия); на международном семинаре “Hadron Structure and QCD” (HSQCD’2008) (Петербург, Россия); на 15-ом международном семинаре по физике высоких энергий “Quarks 2008” (Сергиев Посад, Россия); на сессии Секции ядерной физики отделения физических наук Российской Академии Наук; на международной школе по субъядерной физике (Эричи, Италия); на международной конференции по решеточным теориям поля “Lattice 2007” (Регенсбург, Германия).

Диссертация основана на результатах, опубликованных в 14 статьях в реферируемых журналах [1–14] и 6 трудах конференций [15–20].

1.6. Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из вводного раздела, четырех глав и заключительного раздела. Объем диссертации - 174 страницы, включая 20 рисунков. Список литературы содержит 153 ссылки.

2. Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации и делаются общие вводные замечания о предмете исследования в целом. Детально излагаются те аспекты калибровочных теорий, которые необходимы для понимания дальнейшего изложения. В начале каждой последующей главы расположен раздел с более подробным введением в предмет изучения данной главы, затем следуют разделы, представляющие научные результаты, и завершает главу раздел, содержащий **заключение** и обсуждение результатов.

В **главе 1** развивается гипотеза центральной доминантности в калибровочных теориях, согласно которой низкоэнергетические эффективные степени свободы связаны с центром калибровочной группы. Это может быть доказано уже из того, что на асимптотически больших расстояниях натяжение струны КХД между зарядами в представлении R калибровочной группы зависит только от n -альности этого представления. Этот аргумент развивается в **разделе 1.2**, где используется формализм случайных блужданий петель Вильсона на калибровочной группе, развитый в [1–3]. В этом описании вся информация о средних от петель Вильсона в неприводимых представлениях калибровочной группы содержится в распределении вероятности голономий по калибровочной группе [2, 25, 26], определенном как:

$$p[g; C] = \langle \delta(g, g[C]) \rangle = \sum_R d_R \chi_R(g) W_R[C] \quad (1)$$

где $\delta(g, g') = \sum_R \chi_R(g) \bar{\chi}_R(g')$ есть дельта-функция на групповых классах, $g[C]$ есть голономия калибровочного поля по петле C , χ_R и d_R есть характер и размерность неприводимого представления R и $W_R[C]$ есть среднее от петли Вильсона в этом представлении. В фиксированной конфигурации калибровочных полей, с увеличением площади заметаемой петлей C голономия $g[C]$ движется по некоторому пути на групповом многообразии. Когда вычисляются средние от петель Вильсона в квантовой теории и проводится суммирование по всем конфигурациям калибровочных полей, взвешенная сумма по всем путям которые начинаются на единичном

эlemente и заканчиваются на элементe g пропорциональна распределению вероятности $p[g; C]$. Предполагая, что для петель Вильсона во всех представлениях выполняется закон площадей, легко получить общее уравнение диффузии для $p[g; C]$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dS[C]} p[g; C] &= \int dg' P(gg'^{-1}) p[g'; C] \\ P(g) &= - \sum_R d_R \chi_R(g) \sigma(R) \end{aligned} \quad (2)$$

Это уравнение описывает произвольные случайные блуждания на калибровочной группе, где $P(gg'^{-1})$ есть вероятность перехода из точки g в точку g' . Если $\sigma(R)$ зависит только от N -альности представления, простое вычисление показывает, что $P(g)$ дается конечной суммой по центру группы: $P(g) = \sum_{z \in Z_N} \eta(z) \delta(gz)$, где $\eta(z)$ есть минус Фурье преобразование спектра натяжений струн относительно группового центра.

Из уравнения (2) следует, что по мере того, как площадь, заматаемая петлей C , становится асимптотически большой, голономия $g[C]$ может меняться лишь скачком на элементы центра группы, причем вероятность перехода $\eta(z)$ при $z \neq 1$ равна вероятности $p_0(z)$ одного прыжка на единицу площади. Интересно также заметить, что положительность вероятности $p_0(z) = \eta(z)$, $z \neq 1$ представляет собой некое ограничение на возможный спектр натяжений струн КХД, которое следует из положительности интеграла по путям для чистой теории Янга-Миллса в Евклидовом пространстве-времени.

По определению голономия $g[C]$ меняется на элемент группового центра, когда петля C пересекается центральным вихрем. Если центральные вихри есть физически тонкие поверхности, как это показывают результаты решеточных вычислений [28], то $g[C]$ действительно изменяется скачком при пересечении вихря. Однако как показано в [1], для того чтобы случайные блуждания голономии $g[C]$ были дискретными для асимптотически больших петель C , достаточно даже вихреподобных структур с конечным пространственным сечением. Но в любом случае вихреподобная структура с потоками вихрей, квантующимися относительно центра калибровочной группы, является необходимой. Таким образом, из

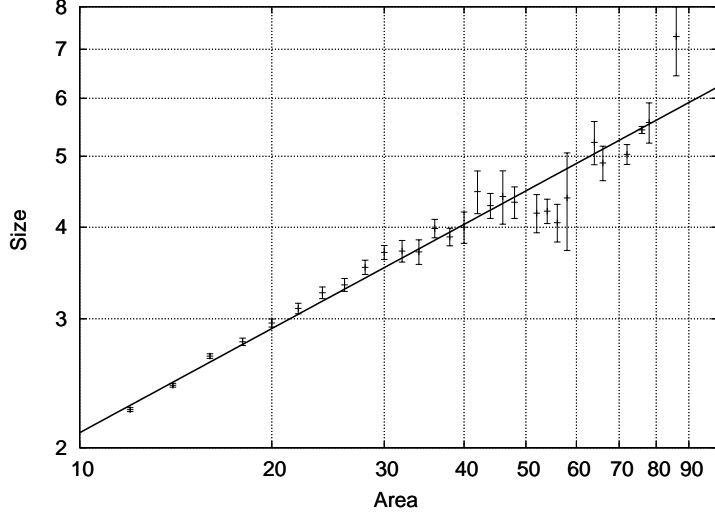


Рис. 1. Средний размер центральных вихрей как функция их площади (28^4 решетка при $\beta = 2.60$)

свойства экранирования цветных зарядов следует существование вихрей, несущих поток, определяемый центром калибровочной группы, в вакууме неабелевых калибровочных теорий.

В разделе 1.3 изучается эффективное действие центральных вихрей $W[S^*]$, где S^* обозначает мировые поверхности вихрей. Это действие формально определено функциональным интегралом по калибровочным полям на решетке g_l с фиксированной конфигурацией вихрей $S^*[g_l]$:

$$\exp(-W[S^*]) = \int \mathcal{D}g_l \delta[S^*, S^*[g_l]] \exp\left(\beta \sum_p \text{Tr } g_p\right) \quad (3)$$

Эффективное действие (3) интересно по нескольким причинам: во-первых, если справедлива гипотеза о центральной доминантности, это действие должно быть универсальным низкоэнергетическим действием неабелевых калибровочных теорий и таким образом должно хорошо описывать адронную физику. Во-вторых, действие (3) описывает некую теорию случайных поверхностей в четырех измерениях, свободную от обычной проблемы “ветвящихся полимеров” в теориях струн в $D \neq 26$ или $D \neq 10$. В отличие от известных моделей случайных поверхностей, центральные вихри имеют конечную среднюю площадь и стремятся иметь гладкую поверхность. Точнее, центральные вихри обычно наблюдаются как перколирующий кластер с фрактальной структурой и

с Хаусдорфовой размерностью $D_H = 4$, плюс некоторое количество маленьких вихрей-“спутников” с размерами на масштабе шага решетки. Оказывается, что эти небольшие вихри-“спутники” имеют тенденцию быть гладкими поверхностями, с размерностью близкой к двум. Конечно, это утверждение имеет лишь приближенное значение для поверхностей на решетке, однако, тем не менее можно сделать некоторые качественные заключения. Чтобы получить размерность “спутников”, мы измерили их средний размер как функцию их площади. Размер вихря определялся как максимальное расстояние между точками, принадлежащими одной связной поверхности. Средний размер вихрей-“спутников” как функция их площади (в решеточных единицах) построен на рис. 1. Фит вида $L = \text{const} \cdot S^{1/d}$ (сплошная линия на рис. 1) дает $d = 1.9 \pm 0.1$. Для малых площадей вихрей ($S \lesssim 30$) это число просто отражает отсутствие самопересечений поверхностей вихрей, но для больших площадей этот результат свидетельствует о том, что вихри-“спутники” в основном имеют гладкие поверхности.

Хорошо изученной моделью, которая может описывать гладкие поверхности даже в трех и четырех измерениях, является модель жестких струн [29, 30] с действием $S = \int d^2\xi (\sigma + \gamma R + \kappa K)$, где R и K есть внутренняя (Риманова) и внешняя кривизны мировых поверхностей вихрей. Член с внешней кривизной подавляет рост ветвящихся полимеров. В работе [30] было показано, что константа κ логарифмически зануляется при больших импульсах, поэтому если β -функция теории монотонна, рост ветвящихся полимеров ничем не запрещен и теория становится эквивалентна теории ветвящихся полимеров после квантования. В этом случае модель может служить лишь эффективным описанием гладких поверхностей при низких энергиях. Ситуация иная, если β -функция проходит через ноль при некотором ненулевом κ . В этом случае в непрерывном пределе струна может существовать в фазе гладких поверхностей с Хаусдорфовой размерностью, равной двум в непрерывном пределе. Некоторые численные расчеты подтверждают такую возможность [29, 31].

Чтобы показать, что центральные вихри являются жесткими поверхностями, измерялось средняя плотность действия, локализованного

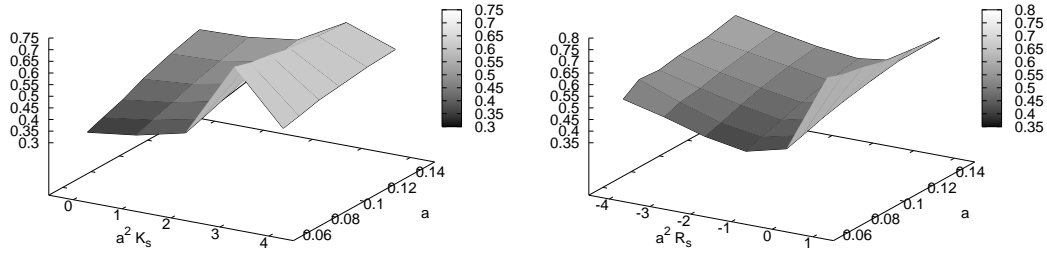


Рис. 2. Средний плакет как функция внешней кривизны и шага решетки

на вихрях, как функция их внешней и внутренней (Римановой) кривизны. Внутренняя кривизна на решетке определялась как $a^2 R_s = 4 - n_s$, где n_s есть число узлов решетки, смежных на поверхности с узлом s и a есть шаг решетки [29]. Внешняя кривизна определялась как $a^2 K_s = \Delta x_s^\mu \Delta x_s^\mu$ [29], где Δ есть дискретизованный оператор Лапласа на мировой поверхности вихря. Конфигурации центральных вихрей извлекались из конфигураций калибровочных полей в максимальной центральной калибровке (DMC) [27, 28]. Средний избыток действия на плакет как функция шага решетки и внешней и внутренней кривизны (в решеточных единицах) построен на рис. 2. Видно, что среднее действие практически линейно зависит от внешней кривизны. Изучение скейлинга коэффициента этой линейной зависимости с шагом решетки показывает, что он остается конечным в непрерывном пределе $a \rightarrow 0$.

Зависимость среднего действия от внутренней кривизны (рис. 2 справа), однако, более сложна и может служить качественным объяснением наблюдаемой перколяции центральных вихрей. Минимум среднего действия соответствует конечному отрицательному значению $a^2 R_s = -1$ внутренней кривизны. Согласно теореме Гаусса-Бонне, интеграл от внутренней кривизны по замкнутой поверхности равен $2 - 2g$, где g есть род данной поверхности. Поэтому поверхности с большим родом имеют больший вес в интеграле по путям. Более того, если предположить что кривизна близка к некоторому постоянному отрицательному значению, то сразу можно сделать вывод о том, что род поверхности должен расти пропорционально ее площади. Это в точности то, что наблюдается для перколирующей

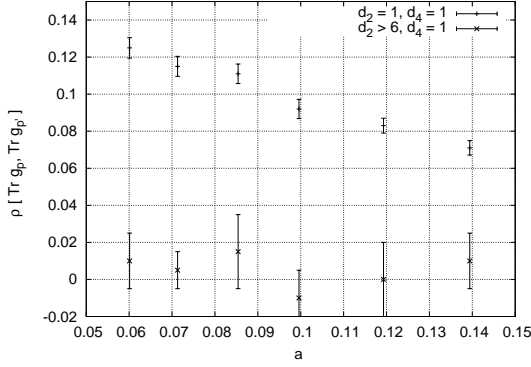


Рис. 3. Коэффициент корреляции между соседними плакетками с $d_4 < 2$, $d_2 > 6$ и $d_4 < 2$, $d_2 < 2$

поверхности центральных вихрей [18], которая имеет очень большой род, растущий линейно с объемом решетки. Принимая во внимание, что площадь перколирующей поверхности также растет линейно с объемом пространства, можно заключить, что ее род пропорционален ее площади.

Наконец, остановимся на возможном механизме, который обеспечивает жесткость мировых поверхностей центральных вихрей. Известно, что зависимость от внешней кривизны может быть индуцирована теориями полей с ненулевым спином, живущими на мировых поверхностях струн [29]. Естественными кандидатами на кванты таких полей являются Абелевы монополи, которые выделяются в вакууме $SU(N)$ решеточной калибровочной теории при помощи отображения $SU(N)$ линковых переменных на $U(1)^{N-1}$ линковые переменные. Изучение мировых линий Абелевых монополей позволяет говорить о том, что они имеют ненулевой спин [28]. Однако Абелевы монополи являются калибровочно-зависимыми объектами. Поэтому имеет смысл привести модельно-независимый аргумент в пользу того, что на мировых поверхностях вихрей распространяются некоторые физические возбуждения. Рассмотрим такие пары точек на поверхности вихря, которые очень далеки друг от друга во внутренней геометрии вихря, но очень близки в объемлющем четырехмерном пространстве. Если физически релевантные степени свободы распространяются лишь по поверхности вихрей, плакет-плакетные корреляции в таких точках должны быть намного меньше, чем между точками, разделенными таким же расстоянием во внутренней геометрии

поверхности. Для численной проверки этой гипотезы поверхности центральных вихрей были представлены как графы, причем каждый узел графа соответствовал какому-либо плакету. Плакет-плакетные корреляции измерялись в точках, разделенных только одним шагом решетки в четырехмерном пространстве, но не менее чем 6 шагами решетки по поверхности вихря ($d_4 < 2$, $d_2 > 6$). Для измерения расстояний на поверхностях вихрей был использован стандартный алгоритм поиска в ширину. Для сравнения измерялась также корреляция между соседними плакетами с $d_4 < 2$, $d_2 < 2$. Результаты этих измерений построены на рис. 3. Можно видеть, что корреляции в четырехмерном пространстве намного меньше, чем на поверхностях вихрей, откуда следует, что по поверхностям вихрей действительно распространяются некоторые физические поля.

В главе 2, основанной на работах [5, 6, 20], вакуум неабелевых калибровочных теорий изучается с точки зрения квантового перепутывания. Обычно для квантовых полей в окрестности квантового фазового перехода (то есть, фазового перехода, происходящего при нуле температуры когда варьируется какой-либо из параметров теории, например, константа связи) основное состояние является сильно перепутанной суперпозицией состояний всех элементарных решеточных степеней свободы (таких, как спины в модели Гейзенберга, или линковые переменные в решеточной калибровочной теории), и различные фазы решеточных теорий могут быть охарактеризованы различными характерами квантового перепутывания [32, 36]. Квантовое перепутывание, таким образом, является очень удобным понятием для описания возникновения новых коллективных степеней свободы в квантовых теориях поля. В качестве меры квантовой перепутанности основного состояния квантовых полей в $(D - 1) + 1$ -мерном пространстве-времени обычно используется энтропия перепутывания $S[A]$ между некоторой $(D - 1)$ -мерной областью A и ее $(D - 1)$ -мерным дополнением B , которая характеризует количество общей информации, разделенной между A и B [36]. Энтропия перепутывания определяется как энтропия фон Неймана редуцированной матрицы плотности $\hat{\rho}_A$, связанной с областью A : $S[A] = -\text{Tr}_A(\hat{\rho}_A \ln \hat{\rho}_A)$. Редуцированная матрица плотности получается из матрицы плотности основного состояния теории,

$\hat{\rho}_{AB} = |0\rangle\langle 0|$, взятием следа по всем степеням свободы, расположенным вне A , то есть в B [36]: $\hat{\rho}_A = \text{Tr}_B \hat{\rho}_{AB} = \text{Tr}_B |0\rangle\langle 0|$. Эта матрица плотности описывает состояние квантовых полей с точки зрения наблюдателя, который может проводить измерения лишь в области A . Другими словами, область B недоступна для такого наблюдателя, как если бы она была отделена от A неким подобием горизонта событий.

Как было показано Бекенштейном и Хокингом, энтропия черной дыры должна быть пропорциональна площади ее горизонта. Этот факт получил недавно интересное развитие в работах [34, 35, 37], где предлагалось расширить применимость этого энтропического “закона площадей” также на энтропию перепутывания квантовых теорий поля, дуальных (в смысле дуальности Мальдасены, или дуальности между калибровочными теориями и квантовой гравитацией [33]) супергравитации на пространстве анти Де Ситтера (АдС) (или его температурных модификациях). Чтобы быть точнее, первоначальная гипотеза [37] заключалась в том, что для $(D - 1) + 1$ -мерных конформных теорий поля, живущих на границе $(D + 1)$ -мерного пространства анти Де Ситтера, энтропия квантового перепутывания между областью A и дополнением к ней пропорциональна минимальной площади гиперповерхности в пространстве АдС, натянутой на границу области A . Эта гипотеза была явно подтверждена для двумерных конформных теорий поля, живущих на границе трехмерного пространства АдС. Простота и элегантность этого “закона площадей” для энтропии перепутывания позволяют предположить, что он имеет фундаментальную природу и может быть применен также к неконформным теориям поля, которые имеют дуальное описание в теории супергравитации. Это было сделано в [34, 35], где энтропия перепутывания некоторых удерживающих цвет калибровочных теорий в пределе большого числа цветов N_c была вычислена на основании гипотезы [37]. Один из наиболее интересных результатов работ [34, 35] – это то, что если предположить выполнение энтропического “закона площадей” также для неконформных теорий, их энтропия перепутывания должна быть неаналитичной по размеру области A . Эта неаналитичность есть следствие существования двух различных минимальных гиперповерхностей в дуальной пятимерной

геометрии – связной и несвязной [34, 35]. Энтропия перепутывания может также рассматриваться как счетчик эффективного числа степеней свободы на масштабе, определяемом размером области A [35]. В этом случае неаналитическое поведение энтропии перепутывания в неабелевых калибровочных теориях может быть понято как переход между цветными и адронными степенями свободы, похожий на фазовый переход конфайнмент-деконфайнмент.

В разделах 2.4, 2.5, 2.6, 2.7 энтропия перепутывания решеточных калибровочных теорий исследуется численно методом Монте-Карло. При этом используется метод реплики [36], в котором энтропия перепутывания выражается через набор свободных энергий $F[A, s, T]$ теории на пространствах с топологией s -листной Римановой поверхности (умноженной на плоские направления при $D > 2$):

$$S[A] = \lim_{T \rightarrow 0} \left(\lim_{s \rightarrow 1} \frac{\partial}{\partial s} F[A, s, T] - F(T) \right) \quad (4)$$

Точки ветвления Римановой поверхности должны быть расположены на границе области A . Если рассматривается теория при конечной температуре T , каждый лист Римановой поверхности должен быть цилиндром с периодом T^{-1} . Такая топология пространства схематически изображена на рис. 4. По техническим причинам измерялась производная энтропии по размеру области A (которая имела фиксированную форму – квадрат, пространство между двумя плоскостями и т.д.), а не сама энтропия.

В разделе 2.6 представляются результаты численных измерений энтропии перепутывания в четырехмерной $SU(2)$ решеточной калибровочной теории. В наших вычислениях область A была ограничена двумя параллельными плоскостями на расстоянии l друг от друга, и энтропия перепутывания нормировалась на единицу площади плоскостей. Такая же геометрия использовалась в работах [34, 35, 37]. Зависимость производной энтропии перепутывания по размеру области l от l показана на рис. 5.

Вначале проверяются те свойства энтропии перепутывания на малых расстояниях, которыми характеризуются свободные теории [38] и которыми она должна обладать вследствие асимптотической свободы. А именно,

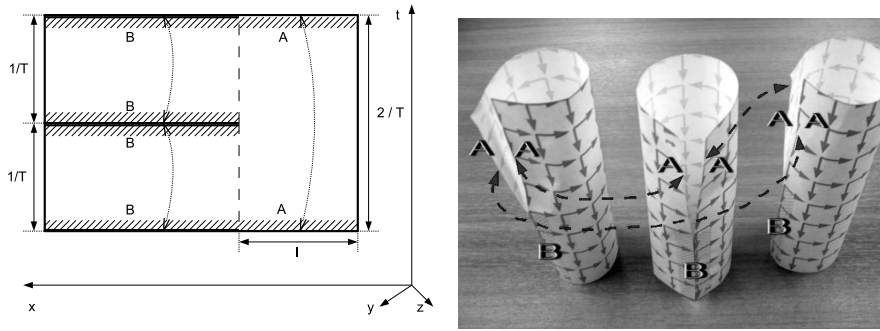


Рис. 4. Топология пространств, на которых вычисляются свободные энергии $F[A, s, T]$ в (4), примеры для $s = 2$ и $s = 3$. Штриховые линии со стрелками обозначают отождествление сторон разрезов, то есть периодические граничные условия во временном направлении.

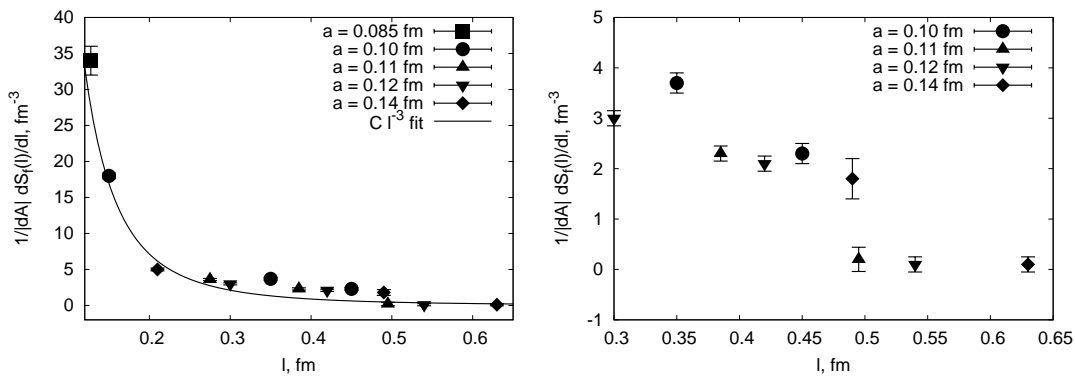


Рис. 5. Зависимость производной энтропии перепутывания $\frac{1}{|\partial A|} \frac{S_f(l)}{\partial l}$ от l . Сплошная линия на левом графике есть фит данных функцией вида $C l^{-3}$. Разрыв производной от энтропии перепутывания по l возле $l_c \approx 0.5 \text{ fm}$ показан на левом графике.

проверяется, что энтропия содержит не зависящее от l квадратично расходящееся слагаемое, и что ее ультрафиолетово конечная часть ведет себя как $S_f \sim -l^{-2}$ при малых l .

Наиболее интересно, однако, то, что при $l_c \approx 0.5 fm$ дискретизованная производная энтропии перепутывания $\frac{\partial}{\partial l} S_f(l)$ и энтропическая C -функция скачком обращаются в ноль, и остаются равными нулю в пределах ошибок для больших значений l . Результаты вычислений вблизи l_c построены в большем масштабе на рис. 5 справа. Таким образом, имеется явное указание на разрыв производной энтропии перепутывания, и энтропия в действительности оказывается неаналитичной по l даже при конечном числе цветов. Тем самым подтверждаются предсказания, сделанные ранее независимо на основании гипотезы о AdS/CFT соответствии [34, 35, 37].

Если выражение (4) применить к теориям при конечной температуре, достаточно очевидные аргументы позволяют предположить, что неаналитичное поведение энтропии перепутывания по отношению к области A может иметь место даже при температурах выше фазового перехода конфайнмент-деконфайнмент. В этом случае легко также доказать связь между фазовым переходом к деконфайнменту и разрывом производной от энтропии по l . Действительно, рассмотрим калибровочную теорию при некоторой температуре $T > T_c$. Ясно, что когда область A становится очень большой и занимает почти все пространство, свободная энергия $F[A, s, T]$ равна свободной энергии теории при температуре T/s , и можно всегда найти такое s , что $T/s < T_c$ и теория находится в фазе конфайнмента. С другой стороны, если размер области A стремится к нулю, $F[A, s, T]$ есть просто свободная энергия s копий теории при температуре T , каждая из которых находится в фазе деконфайнмента. Можно ожидать, что, например, петля Полякова, оборачивающаяся вокруг короткого цикла (длины $1/T$) решетки укажет на переход конфайнмент-деконфайнмент по мере увеличения размера области A .

Такое измерение проводится в **разделе 2.7** для решетки с $s = 2$ разрезами при такой температуре, что при максимальной длине разреза теория находится в фазе деконфайнмента, а при отсутствии разреза – в фазе конфайнмента. Среднее от петли Полякова как функция l построено

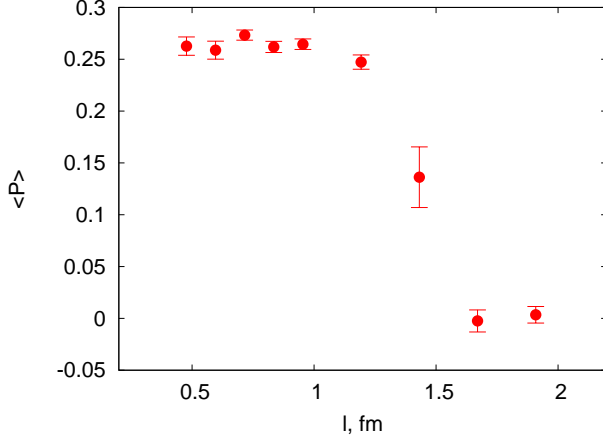


Рис. 6. Среднее от петли Полякова, оборачивающейся вокруг “короткого” цикла на решетке с разрезами как функция l для решетки размером 8×20^3 с двумя разрезами, $a = 0.12 fm$, $T/T_c = 1.43$.

на рис. 6. Видно, что при l приблизительно равном $1.5 fm$, среднее от петли Полякова имеет резкий изгиб, после которого она остается равной нулю в пределах ошибок. Таким образом, центральная симметрия восстановлена и теория в фазе конфайнмента. Такая зависимость петли Полякова от l качественно такая же, как и зависимость от температуры при фазовом переходе конфайнмент-деконфайнмент в чистой $SU(2)$ теории Янга-Миллса, в согласии с предсказаниями [34, 35, 37].

В разделе 2.3 изучается более формальный и фундаментальный вопрос определения энтропии перепутывания в калибровочных теориях. Чтобы определить энтропию перепутывания, необходимо разложить гильбертово пространство состояний теории \mathcal{H} в прямое произведение гильбертовых пространств \mathcal{H}_A и \mathcal{H}_B , связанных с комплементарными областями A и B . Доказывается, что такое разложение невозможно для Гильбертова пространства физических состояний (то есть состояний, удовлетворяющих закону Гаусса) калибровочных теорий. Далее строится гильбертово пространство $\tilde{\mathcal{H}}$ минимальной размерности, содержащее \mathcal{H} и имеющее структуру прямого произведения. Оказывается, что это пространство есть пространство физических состояний, расширенное за счет состояний, для которых закон Гаусса $\nabla_i \hat{E}_i = 0$ нарушается только на границе между A и B . Имея в виду струнную картину вакуума калибровочных теорий, можно сказать, что электрические струны

могут оканчиваться на границе между областями A и B , которая становится таким образом подобием D -браны. Доказывается также, что такое расширение гильбертова пространства калибровочных теорий в точности соответствует вычислениям по методу реплики, который был использован во всех предыдущих работах по вычислению энтропии перепутывания в калибровочных теориях [6, 34, 35] без явного построения разложения в прямое произведение. Так как энтропия перепутывания очень схожа с энтропией черных дыр, то можно показать, что такое расширенное гильбертово пространство необходимо также для квантования калибровочных теорий в окрестности черной дыры – в противном случае нарушается теорема об “отсутствии волос” у черных дыр.

В расширенном гильбертовом пространстве появляются новые степени свободы, которые отсутствовали в первоначальной теории и которые должны учитываться в формальном “числе состояний”, подсчитываемом энтропией перепутывания – а именно, концевые точки электрических струн на границе между A и B . Чтобы показать, что эти новые степени свободы дают вклад в энтропию перепутывания и даже насыщают ее, можно рассмотреть простую пробную волновую функцию Z_2 решеточной калибровочной теории $\Psi_0[z_l] = C \sum_{\{\delta m_l=0\}} \exp\left(-\alpha/2 \sum_l m_l\right) \prod_l z_l^{m_l}$, которая является суперпозицией всех конфигураций замкнутых электрических струн, каждая из которых входит с весом, затухающим экспоненциально с их длиной. Оказывается, что для такой пробной волновой функции энтропия перепутывания есть просто классическая Шенноновская энтропия концевых точек пересечения границы между A и B электрическими струнами:

$$S[A] = - \sum_m \sum_{\{x_1, \dots, x_m\}} p[\{x_1, \dots, x_m\}] \ln p[\{x_1, \dots, x_m\}], \quad (5)$$

где $p[\{x_1, \dots, x_m\}]$ есть распределение вероятности m точек пересечения. Другими словами, в расширенном Гильбертовом пространстве это есть энтропия концевых точек электрических струн на границе между A и B . В **разделе 2.5** численно доказывается, что классическая энтропия (5) насыщает энтропию перепутывания трехмерной Z_2 решеточной калибровочной теории для всех значений константы связи. Этот простой и

универсальный результат позволяет предположить, что как минимум в рассмотренных калибровочных теориях вся информация, общая между A и B закодирована *классически* в распределении концевых точек электрических струн. Такое кодирование очень напоминает голографический принцип в квантовой гравитации, предложенный т'Хофтом и Зюскиндом [39].

В **главе 3** рассматривается двумерная теория Янга-Миллса на торе. Эта теория представляет собой интересный пример точного соответствия между двумерной калибровочной теорией и двумерной теорией струн, впервые рассмотренного в [40]. Двумерная теория Янга-Миллса – это топологическая теория, удерживающая цвет также по чисто топологическим причинам. Можно переписать производящий функционал теории Янга-Миллса на некотором двумерном многообразии \mathcal{M} как сумму по двумерным мировым поверхностям струн, покрывающих \mathcal{M} , возможно с некоторыми сингулярными точками. С другой стороны, двумерная теория Янга-Миллса на торе может быть переписана как одномерная матричная модель с определенными связями первого рода. Рассмотрим теорию Янга-Миллса на цилиндре и перейдем в калибровку $A_0 = 0$. Единственная оставшаяся динамическая степень свободы – это монодромия калибровочного поля вокруг компактифицированного пространственного измерения [41] $W(t) = \mathcal{P} \exp \left(ig_{YM} \int_0^L dx A_1(x, t) \right)$, где L есть размер компактифицированного измерения и g_{YM} есть константа связи. Лагранжиан теории Янга-Миллса можно выразить через $W(t)$ как [41]

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \int_0^L dx \text{Tr} F_{01}^2 = -\frac{1}{2g_{YM}^2 L} \text{Tr} \left(W^{-1} \dot{W} \right)^2, \quad (6)$$

что есть лагранжиан для одномерной $s = 1$ матричной модели [41, 43]. Дополнительно следует наложить связь $[W, \dot{W}] = 0$ [41]. Эту связь можно записать более формально как $Q_a = 0$, где Q_a есть (квантовый или классический) генератор сдвигов вдоль групповых классов. В работе [42] такая матричная модель была проквантована в формализме Баталина-Вилковыского-Фрадкина (BF) с использованием специфического преобразования дуальности. В данной же главе проводится квантование

методом BRST в терминах исходных переменных, что приводит к явно ковариантной на групповом многообразии конструкции.

В разделах 3.3 и 3.4 строятся классический и квантовый BRST заряды для связей $[W, \dot{W}] = 0$, а также BRST-инвариантные гамильтонианы. В классической теории BRST заряд и BRST-инвариантный гамильтониан имеют следующий вид:

$$\Omega = X^a Q_a + \chi^k u_k^a \Pi_a - 1/2 C_{ab}^c X^a X^b \Pi_c \quad (7)$$

$$H = H_0 + \chi^k h_k^{ab} \Pi_a \Pi_b \quad (8)$$

где C_{ab}^c есть структурные константы алгебры Ли $su(N)$, X^a и Π_a есть духовые переменные и канонически сопряженные им импульсы, χ_k , $k = 1, \dots, N - 1$ есть бозонные духовые переменные, возникающие из-за избыточности связей $Q_a = 0$ [44]. Поля u_k^a и h_k^{ab} должны удовлетворять уравнениям $\{u_k^a, Q_b\} - C_{fb}^a u_k^f = 0$, $\{u_k^a, H_0\} + 2h_k^{ab} Q_b = 0$, $\{Q_c, h_k^{ab}\} - h_k^{d[a} C_{dc}^b] = 0$, где $\{, \}$ - скобки Пуассона. Соответственно, квантовый BRST заряд и BRST инвариантный гамильтониан имеют вид:

$$\hat{\Omega} = \hat{X}^a \hat{Q}_a + \hat{\chi}^k u_k^a \hat{\Pi}_a - 1/2 C_{ab}^c \hat{X}^a \hat{X}^b \hat{\Pi}_c \quad (9)$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{\chi}^k h_k^{ab} \hat{\Pi}_a \hat{\Pi}_b \quad (10)$$

В разделе 3.5 изложенные выше результаты используются для построения BRST интеграла по путям для лагранжиана (6).

В главе 4, основанной на статьях [8, 23], изучаются квантовые теории поля на пространстве Де Ситтера. Есть много причин ожидать, что пространство Де Ситтера неустойчиво на квантовом уровне. Интересный аргумент в пользу этого - аналитическое продолжение от пространства анти Де Ситтера в пространство Де Ситтера и соответствующее продолжение дуальной калибровочной теории, которое показывает, что теория, голографически дуальная квантовой гравитации на пространстве Де Ситтера, есть $\mathcal{N} = 4$ суперсимметричная теория Янга-Миллса с комплексной константой связи [45]. Очевидно, что такая теория неунитарна.

В разделах 4.2 и 4.3 приводится еще один аргумент в пользу квантовой неустойчивости пространства Де Ситтера. Низкоэнергетический предел квантовой гравитации на фоне пространства Де Ситтера есть просто квантовая теория поля взаимодействующих гравитонов. Поэтому достаточно провести общее рассмотрение трехточечной вершины для некоторых полей вне массовой поверхности (массивных или безмассовых, но обязательно неконформных, как гравитоны) в пространстве Де Ситтера, и показать, что в отличие от квантовой теории поля в плоском пространстве, такая вершина не исчезает на массовой поверхности. Так, инерциально движущийся электрон в пространстве Де Ситтера может излучать фотоны, и это излучение будет продолжаться сколь угодно долго. Таким образом, в пространстве Де Ситтера не существует асимптотических свободных in/out состояний, фигурирующих в определении S-матрицы, что делает понятие унитарности достаточно неопределенным.

В разделе 4.3 это доказательство обосновывается следующим образом: показывается, что даже если попытаться вычислить сечение некоторого процесса рассеяния в пространстве Де Ситтера, ответ неизбежно оказывается бесконечным из-за инфракрасных расходимостей. А именно, в плоском пространстве есть два типа инфракрасных расходимостей: коллинеарные расходимости из-за очень мягких частиц, излучаемых in/out частицами, и расходимости в петлях с обменом очень мягкими виртуальными частицами. В плоском пространстве эти расходимости сокращаются в каждом порядке по константе связи [46]. Напротив, в пространстве Де Ситтера первый тип инфракрасных расходимостей отсутствует, в то время как инфракрасные расходимости в петлях остаются. Но сокращение петлевых и коллинеарных инфракрасных расходимостей есть прямое следствие оптической теоремы, то есть унитарности теории. Таким образом, в пространстве Де Ситтера инфракрасные расходимости в петлевых диаграммах ничем не сокращаются, и можно сделать вывод о том, что теории поля на пространстве Де Ситтера неунитарны.

Таким образом, если интерпретировать пространство Де Ситтера как основное состояние некоторой квантовой теории гравитации, и изучить соответствующую низкоэнергетическую теорию гравитонов, то неизбежным

является заключение о отсутствии у теории основного состояния. Таким образом, пространство Де Ситтера должно быть нестационарным состоянием. Можно также одну единственную частицу в пространстве Де Ситтера. Такая частица излучает частицы с термальным спектром с температурой, определяемой кривизной пространства Де Ситтера, и постепенно наполняет пространство мягкими термальными гравитонами. Эти гравитоны, обладая энергией и импульсом, воздействуют на фоновую метрику и эффективно экранируют космологическую постоянную. Кажется естественным, что такие распадные процессы должны в конце концов привести к плоскому пространству Минковского [47]. Это было бы очень эстетически привлекательное решение проблемы космологической постоянной. К сожалению, в теории возмущений для низкоэнергетического приближения квантовой гравитации можно лишь указать на такую квантовую неустойчивость, но нельзя сделать каких-либо количественных предсказаний. Нельзя также доказать, что конечным продуктом распада будет плоское пространство Минковского.

В заключении диссертации перечислены полученные результаты и обсуждаются дальнейшие направления исследований.

Список публикаций автора по теме диссертации

Литература

- [1] P. V. Buividovich, M. I. Polikarpov, Nucl. Phys. B **790** (2008) 28 – 41 [ArXiv:0704.3367].
- [2] P. V. Buividovich, V. I. Kuvshinov, Phys. Lett. B **634** (2006) 262 – 266 [ArXiv:hep-th/0602154].
- [3] P. V. Buividovich, V. I. Kuvshinov, Phys. Rev. D **73** (2006) 094015 [ArXiv:hep-th/0605207].
- [4] P. V. Buividovich, M. I. Polikarpov, Nucl. Phys. B **786** (2007) 84 – 94 [ArXiv:0705.3745].
- [5] P. V. Buividovich, M. I. Polikarpov, Phys. Lett. B **670** (2008) 141 – 145 [ArXiv:0806.3376].
- [6] P. V. Buividovich, M. I. Polikarpov, Nucl. Phys. B **802** (2008) 458 – 474 [ArXiv:0802.4247].
- [7] P. V. Buividovich, Phys. Rev. D **75** (2007) 065018 [ArXiv:hep-th/0702224].
- [8] E. T. Akhmedov, P. V. Buividovich, Phys. Rev. D **78** (2008) 104005 [ArXiv:0808.4106].
- [9] V. I. Kuvshinov, P. V. Buividovich, Acta Phys. Pol. B **36** (2005) 195 [ArXiv:hep-th/0502234].
- [10] P. V. Buividovich, V. I. Kuvshinov, Phys. Rev. A **73** (2006) 022336 [ArXiv:quant-ph/0601146].
- [11] P. V. Buividovich, E. V. Lushevskaya, M. I. Polikarpov, Phys. Rev. D **78** (2008) 074505 [ArXiv:0809.3075].
- [12] П. В. Буйвидович, Ядерная Физика **72** (2009) 400 – 406.
- [13] П. В. Буйвидович, М. И. Поликарпов, Ядерная Физика **72** (2009), №9, 1601 – 1605.

- [14] П. В. Буйвидович, М. Н. Чернодуб, Е. В. Луцевская, М. И. Поликарпов, Письма в ЖЭТФ **90** (2009), №6, 456 – 460.
- [15] V. I. Kuvshinov, P. V. Buividovich, Phys. Elem. Part. and Atom. Nucl. **36** (2005) 211 [ArXiv:hep-th/0502175].
- [16] P. V. Buividovich, V. I. Kuvshinov, Nonl. Phen. Compl. Syst. **8** (2005) 313 – 316 [ArXiv:hep-th/0511198].
- [17] P. V. Buividovich, *Proceedings of the conference “New Trends in High-Energy Physics” (“Crimea-2005”), 2005.*
- [18] P. V. Buividovich, M. I. Polikarpov, V. I. Zakharov, PoS **LAT2007** (2007) 324 [ArXiv:0709.1534].
- [19] М. И. Поликарпов, П. В. Буйвидович, *Труды 13й Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц, 2008* [ArXiv:0801.0262].
- [20] P. V. Buividovich, M. I. Polikarpov, PoS **Confinement8** (2008) 039 [ArXiv:0811.3824].
- [21] P. V. Buividovich, M. N. Chernodub, E. V. Lushevskaya, M. I. Polikarpov, Numerical study of chiral symmetry breaking in non-Abelian gauge theory with background magnetic field, 2008, препринт ИТЕР-LAT/2008-23 [ArXiv:0812.1740].
- [22] P. V. Buividovich, M. N. Chernodub, E. V. Lushevskaya, M. I. Polikarpov, Chiral magnetization of non-Abelian vacuum: a lattice study, 2009, препринт ИТЕР-LAT/2009-05, [ArXiv:0906.0488].
- [23] E. T. Akhmedov, P. V. Buividovich, D. A. Singleton, De Sitter space and perpetual mobile, 2009, препринт ИТЕР-LAT/2009-07 [ArXiv:0905.2742].
- [24] P. V. Buividovich, On the dynamics of large-N O(N)-symmetric quantum systems at finite temperature, 2009, препринт ИТЕР-LAT/2009-03 [ArXiv:0903.4263].

Список литературы

- [25] A. M. Brzoska, F. Lenz, J. W. Negele, M. Thies, Phys. Rev. D **71** (2005) 034008 [ArXiv:hep-th/0412003].
- [26] G. Arcioni, S. de Haro, P. Gao, Phys. Rev. D **73** (2006) 074508 [ArXiv:hep-th/0511213].
- [27] L. Del Debbio, M. Faber, J. Greensite, S. Olejnik, Phys. Rev. D **55** (1997) 2298 – 2306 [ArXiv:hep-lat/9708023].
- [28] F. V. Gubarev, A. V. Kovalenko, M. I. Polikarpov et al., Phys. Lett. B **574** (2003) 136 – 140 [ArXiv:hep-lat/0212003].
- [29] J. Ambjørn, Quantization of geometry, Lectures presented at the 1994 Les Houches Summer School [ArXiv:hep-th/9411179].
- [30] A. M. Polyakov, Nucl. Phys. B **268** (1986) 406 – 412.
- [31] H. Koibuchi, T. Kuwahata, Phys. Rev. E **72** (2005) 026124 [ArXiv:cond-mat/0506787].
- [32] G. Vidal, J. I. Latorre, E. Rico, A. Kitaev, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 227902 [ArXiv:quant-ph/0211074].
- [33] J. M. Maldacena, Int.J.Theor.Phys. **38** (1997) 1113 [ArXiv:hep-th/9711200].
- [34] I. R. Klebanov, D. Kutasov, A. Murugan, Entanglement as a probe of confinement, 2007 [ArXiv:0709.2140].
- [35] T. Nishioka, T. Takayanagi, JHEP **01** (2007) 090 [ArXiv:hep-th/0611035].
- [36] P. Calabrese, J. Cardy, J. Stat. Mech. **0406** (2004) 002 [ArXiv:hep-th/0405152].
- [37] S. Ryu, T. Takayanagi, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 181602 [ArXiv:hep-th/0603001].
- [38] M. Srednicki, Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 666 [ArXiv:hep-th/9303048].

- [39] G. 't Hooft, Dimensional reduction in quantum gravity, 1994 [ArXiv:hep-th/9409089].
- [40] D. J. Gross, Nucl. Phys. B **400** (1993) 161 – 180 [ArXiv:hep-th/9212149].
- [41] J. A. Minahan, A. P. Polychronakos, Phys. Lett. B **312** (1993) 155 [ArXiv:hep-th/9303153].
- [42] M. Blau, G. Thompson, J.Math.Phys. **36** (1995) 2192 – 2236 [ArXiv:hep-th/9501075]
- [43] M. R. Douglas, Conformal field theory techniques in large N Yang-Mills theory, 1993 [ArXiv:hep-th/9311130].
- [44] M. Henneaux, C. Teitelboim, Quantization of Gauge Systems, Princeton University Press, 1992.
- [45] A. M. Polyakov, Nucl. Phys. B **797** (2008) 199 [ArXiv:0709.2899].
- [46] S. Weinberg, Phys. Rev. B **140** (1965) 516.
- [47] N. C. Tsamis, R. P. Woodard, Nucl. Phys. B **474** (1996) 235 – 248 [ArXiv:hep-ph/9602315].