

Федеральное государственное унитарное предприятие
«Государственный Научный Центр Российской Федерации
Институт Теоретической и Экспериментальной Физики»
им. А. И. Алиханова

На правах рукописи

Крикун Александр Андреевич

**Вычисление
корреляционных функций
квантовой хромодинамики
в голографических моделях**

Специальность 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва 2011 г.

УДК 530.145

Работа выполнена в ФГУП «ГНЦ РФ ИТЭФ», г. Москва.

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук Горский А. С.
(ФГУП «ГНЦ РФ ИТЭФ», г. Москва)

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат. наук, Теряев О. В.
(ОИЯИ, г. Дубна)

доктор физ.-мат. наук Захаров В. И.
(ФГУП «ГНЦ РФ ИТЭФ», г. Москва)

Ведущая организация: Математический институт
им. В. А. Стеклова РАН, (г. Москва)

Защита диссертации состоится 13 декабря 2011 г. в 11 часов на заседании диссертационного совета Д 201.002.01 в конференц-зале ИТЭФ по адресу: г. Москва, ул. Б. Черемушкинская, д. 25.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИТЭФ. Также диссертация и автореферат доступны по запросу через электронную почту krikun@itep.ru.

Автореферат разослан «11» ноября 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук

Васильев В. В.

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Построение модели, описывающей низкоэнергетическую динамику адронов, является одной из важнейших задач в теоретической физике на протяжении десятилетий. Неприменимость теории возмущений в квантовой хромодинамике (КХД) при низких энергиях требует развития новых непертурбативных подходов к теории и разработки различных эффективных моделей. Надёжное непертурбативное описание КХД требуется для исследования адронных вкладов в сечения рождения частиц на коллайдерах, в частности на LHC, а также для исследования поведения кварк-глюонной плазмы во внешнем поле в экспериментах по столкновению тяжёлых ионов, таких как RHIC. Понимание структуры вакуума КХД важно для исследования космологических объектов, например нейтронных звёзд.

Голографические модели квантовой хромодинамики являются самым современным методом непертурбативного описания низкоэнергетической физики адронов. Эти модели, базирующиеся на теории суперструн, дают возможность исследовать динамику квантовой теории поля посредством изучения дуальной теории супергравитации в многомерном пространстве. На сего-

дняшний день общепризнанной и полной голографической модели КХД не существует. Тем не менее, огромные усилия научного сообщества брошены на её разработку, и предложено множество вариантов её построения. В этих условиях особенно важными являются вычисления в голографической модели, которые можно сравнить с результатами других непertурбативных методов КХД. Это сравнение позволяет определить необходимые свойства модели и наметить направления дальнейшего её развития. Вычисления такого рода и стали основой настоящей работы.

Цель диссертационной работы

Вычисление корреляционных функций кварковых токов КХД и их операторного разложения в различных голографических моделях, изучение поведения корреляционных функций во внешнем магнитном поле и при конечной температуре, исследование голографических методов описания кирального и глюонного конденсатов, голографический анализ корреляторов нелокальных операторов теории поля.

Научная новизна

В работе получены следующие новые результаты:

1. В голографической модели получено операторное разложение двухточечного коррелятора аксиальных токов вплоть до членов, квадратичных по киральному конденсату.
2. Проведена проверка соотношения отщепления тяжёлого квар-

ка в голографических моделях типа D3/D7.

3. Получено выражение для магнитной восприимчивости кваркового конденсата.
4. Построена голографическая диаграммная техника для пятимерных моделей.
5. Вычислен адронный вклад в дебаевскую массу фотона в слабом магнитном поле.
6. Голографически получено выражение для операторного разложения петли Вильсона в режиме сильной связи.
7. Обнаружено изменение рода фазового перехода в корреляторе петель Вильсона в присутствии глюонного конденсата.

Научная и практическая ценность работы

Результаты работы имеют большую теоретическую значимость для построения голографической дуальной модели КХД благодаря полученным ограничениям на вид действия модели, а также обнаруженным общим свойствам моделей. Практическая ценность работы заключается в разработанных методах использования голографических моделей для вычисления различных корреляционных функций: метода нормировки полей и конденсатов и диаграммной техники. Предсказанное в работе изменение дебаевской массы фотона во внешнем магнитном поле может быть обнаружено экспериментально. Результаты работы могут применяться в ОИЯИ, НИИЯФ МГУ, ИТФ им. Л. Д. Ландау, ИЯИ, ФИАН, ИТЭФ.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Получена нормировка полей в модели AdS/КХД с “жёсткой стенкой”, на основе чего зафиксирована величина кирального конденсата в модели и вычислено операторное разложение коррелятора левого и правого кварковых токов.
2. Зафиксирована нормировка полей и получены значения кирального и глюонного конденсатов в модели D3/D7. С использованием этих результатов численно получено подтверждение выполнения в широком классе голографических моделей соотношения отщепления тяжёлого кварка.
3. Исследованы эффекты члена Черна-Саймонса в действии голографической модели, вычислена корреляционная функция двух векторных и одного аксиально-векторного токов в КХД. На основе сделанного вычисления получено выражение для магнитной восприимчивости кваркового конденсата в КХД.
4. Построена диаграммная техника в голографической модели, позволяющая вычислять любые корреляционные функции. Исследована роль голографического действия Черна-Саймонса в вычислении четырёхточечного коррелятора электромагнитных токов и получено выражение для коррелятора электромагнитных токов во внешнем поле при нулевой температуре.
5. Исследованы эффекты КХД в дебаевской массе экранирования при высокой температуре. С применением голографической диаграммной техники вычислены первые несколько членов теории возмущений для массы экранирования во внешнем магнит-

ном поле и предложен способ вычисления этой величины в любом порядке теории возмущений по внешнему полю.

6. Вычислено вакуумное среднее петли Вильсона в присутствии глюонного конденсата и получен коэффициент перед глюонным оператором в операторном разложении маленькой петли Вильсона в режиме сильной связи.

7. Численно исследовано влияние глюонного конденсата на фазовый переход Гросса-Оогури в корреляторе двух концентрических копланарных петель Вильсона. Обнаружено, что в зависимости от величины глюонного конденсата род данного фазового перехода может изменяться.

Апробация работы и публикации

Основные результаты диссертации неоднократно докладывались на теоретических семинарах ИТЭФ, на международных школах и конференциях: “48 Cracow School of Theoretical Physics: Aspects of Duality” (Закопане, Польша, 2008), “Fifth Aegean summer school. From gravity to thermal gauge theories: The AdS/CFT correspondence” (о. Милос, Греция, 2009), “Кварки-2010” (Коломна, 2010), “SFP10 - International School On Strings And Fundamental Physics” (Мюнхен, Германия, 2010), workshop “Large-N Gauge Theories” (Институт теоретической физики им. Галилео Галилея, Флоренция, Италия, 2011).

По материалам диссертации опубликовано 6 научных работ в ведущих зарубежных реферируемых научных журналах.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Общий объем диссертации составляет 93 страницы, включая 8 рисунков и одну таблицу. Список литературы содержит 81 библиографическую ссылку.

Содержание работы

Во введении дан обзор существующих непертурбативных методов описания квантовой хромодинамики, а также вводятся голографические понятия и методы, используемые в работе.

В главе 2 исследуются две задачи, связанные с нормировкой голографических полей и конденсатов соответствующих операторов. В голографической модели с “жесткой стенкой” можно вычислить поправки от кирального конденсата и массы кварков в операторном разложении коррелятора левого и правого токов. В первую очередь необходимо определить связь между киральным конденсатом и параметром классического решения для голографического скалярного поля. Модель с “жесткой стенкой” содержит калибровочные векторные поля группы $SU(2)_L \times SU(2)_R$ (A_L и A_R , соответственно) и скалярное поле в её бифундаментальном представлении $X_{\alpha\beta}$, дуальные левому, правому и скалярному токам кварков, соответственно. Объемлющим пространством является пространство AdS_5 с метрикой

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2}(dx^\mu dx_\mu - dz^2)$$

(где L – радиус кривизны AdS), в котором имеется жёсткая стенка, так что область допустимых z ограничена $0 < z \leq z_m$. Действие модели имеет вид

$$S = \int d^5x \sqrt{g} \text{tr} \left\{ \lambda_X^2 (|DX|^2 + \frac{3}{L^2} |X|^2) - \frac{1}{4g_5^2} (F_L^2 + F_R^2) \right\},$$

где λ_X – нормировочная константа поля X , которую можно зафиксировать, вычисляя двухточечный коррелятор псевдоскалярных токов и сравнивая его с лидирующим членом операторного разложения

$$\lambda_X^2 L^3 = \frac{N_c}{4\pi^2} = \frac{L}{3g_5^2}.$$

Классическое вакуумное решение поля X имеет вид

$$X_0(z) = \frac{1}{2} m z + \frac{1}{2} \sigma z^3,$$

где m – масса кварка. Киральный конденсат в КХД определяется вариацией производящего функционала по m . Т.к. основным положением голографической дуальности является эквивалентность производящего функционала четырёхмерной теории поля и экспоненты классического действия дуальной модели, то достаточно взять вариацию по массе кварка от действия, вычисленного на классическом решении X_0 . С учётом зафиксированной нормировки λ_X киральный конденсат оказывается равен

$$\langle \bar{q}q \rangle = 3L^3 \lambda_X^2 \sigma = \frac{3N_c}{4\pi^2} \sigma.$$

Чтобы получить операторное разложение двухточечного коррелятора аксиальных токов Π_A , требуется найти классическое решение для аксиального поля $(A_L - A_R)$. Его можно

вычислить методом последовательных приближений, считая σ и m малыми параметрами. Коррелятор векторных токов Π_V определяется в модели точно. В результате, операторное разложение двухточечного коррелятора левого и правого токов ($\Pi_{LR} = \Pi_A - \Pi_V$) в режиме сильной связи имеет вид

$$\Pi_{LR} = -\frac{N_c}{3\pi^2} \left[\frac{6}{5} \frac{\sigma^2}{Q^6} + 279 \frac{\sigma^4}{Q^{12}} - \frac{\sigma m_q}{Q^4} \right].$$

Видно, что модель даёт правильную зависимость коррелятора от N_c .

Второй задачей, описанной в **главе 2**, является проверка справедливости соотношения об отщеплении тяжёлого кварка в голографической модели D3/D7 с глюонным конденсатом. Соотношение связывает глюонный и киральный конденсаты для массивного кварка и имеет вид

$$\frac{\alpha_s}{\pi} \langle G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a \rangle = -12m_q \langle \bar{q}q \rangle.$$

Для его проверки необходимо опять зафиксировать соотношения между конденсатами и параметрами модели. Кроме того, требуется рассматривать голографические модели с нетривиальным вакуумным решением дилатонного поля, потому что именно его нормируемая мода дуальна глюонному конденсату. Объемлющим пространством рассматриваемой модели D3/D7 является десятимерное пространство Лиу-Цейтлина с метрикой

$$ds^2 = \frac{L^2}{z^2} (dx_\mu^2 + dz^2 + z^2 d\Omega_5^2)$$

и фоновыми полями дилатона и аксиона

$$e^\phi = h_{-1}, \quad \mathcal{C} = (h_{-1})^{-1} - 1, \quad h_{-1} = 1 + \phi_4 z^4.$$

Действие супергравитации имеет вид

$$S = \frac{1}{g_s^2(2\pi)^7\alpha'^4} \int d^{10}x \sqrt{g} \left(R - \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2}e^{2\phi}(\partial_\mu\mathcal{C})^2 - \frac{1}{2}|F_5|^2 \right).$$

Решая классическое уравнение движения для дилатонного поля вблизи границы AdS и подставляя решение в действие, можно вычислить двухточечный коррелятор оператора O_ϕ , дуального дилатону, и установить его связь со скалярным глюонным оператором

$$O_\phi = \frac{1}{4\sqrt{2}} tr(G^2).$$

После этого вариация классического действие по источнику $tr(G^2)$ при нулевом импульсе даёт выражение для глюонного конденсата в модели

$$\langle tr(G^2) \rangle = N_c^2 \frac{4\sqrt{2}}{(2\pi)^2} \phi_4.$$

Аналогичную процедуру нормировки следует провести и с киральным конденсатом. Скалярному току кварков в модели D3/D7 соответствует координата w вложения D7-браны в объёмлющее пространство. D7-брана описывается действием Борна-Инфельда

$$S_{D7} = -\mu_7 \int d^8\xi \sqrt{-det(P[G]_{ab})},$$

где $\mu_7 = [(2\pi)^7 g_s \alpha'^4]^{-1}$ – натяжение D7-браны, а P обозначает наведённую метрику. Вблизи границы AdS вложение D7-браны, определяемое этим действием, имеет вид

$$w(z) = w_0 + w_2 z^2.$$

Действие для флуктуации w есть

$$S_5 = -\frac{2\pi^2 L^4}{g_s(2\pi)^7 \alpha'^4} \int d^4x dz e^\phi \left[\frac{1}{2z} (\partial_z w)^2 + \frac{1}{2z} \partial_\mu w \partial^\mu w \right].$$

На его основе можно вычислить двухточечный коррелятор оператора O_w и установить его связь с оператором $\bar{q}q$

$$O_w = \frac{1}{2\pi\alpha'} \bar{q}q.$$

Это позволяет теперь зафиксировать соотношения между массой кварка, киральным конденсатом и параметрами модели:

$$m_q = \frac{1}{2\pi\alpha'} w_0, \quad \langle \bar{q}q \rangle = \frac{N_c}{(2\pi)^3 \alpha'} w_2.$$

Выведенные соотношения справедливы для любой метрики объемлющего пространства, которая ведёт себя аналогично метрике Лиу-Цейтлина на границе AdS . Теперь можно численно найти решения для вложения D7-браны $w(z)$ в различных голографических моделях с глюонным конденсатом (Констебля-Майерса, Губсера, Лиу-Цейтлина) и, исследуя параметры этих решений, проверить соотношение отщепления. Это даёт результат

$$-\frac{\frac{g_{YM}^2}{4\pi^2} \langle tr(G^2) \rangle}{m_q \langle \bar{q}q \rangle} = \begin{cases} \text{Констебль-Майерс} & 12.0078 \pm 0.005 \\ \text{Губсер} & 12.25 \pm 0.01 \\ \text{Лиу-Цейтлин} & 11.9192 \pm 0.0020 \end{cases}.$$

Видно замечательное согласие этих результатов с ожидаемым коэффициентом $-\frac{g_{YM}^2}{4\pi^2} \frac{\langle tr(G^2) \rangle}{m_q \langle \bar{q}q \rangle} = 12$. Кроме того, универсальность полученных результатов говорит о том, что соотношение отщепления тяжёлого кварка выполняется в голографических моделях

независимо от инфракрасных особенностей каждой конкретной модели.

Глава 3 посвящена задачам вычисления корреляционных функций во внешнем магнитном поле. Первая из них – определение магнитной восприимчивости кваркового конденсата. Восприимчивость можно вычислить как коэффициент операторного разложения коррелятора векторного и аксиального токов во внешнем поле. В рамках гипотезы о пионной доминантности это было сделано Вайнштейном, и результат имеет вид

$$\chi = -2 \frac{N_c}{8\pi^2} \frac{1}{f_\pi^2}.$$

Учитывая магнитное поле по теории возмущений, можно выразить коррелятор аксиального и векторного токов во внешнем поле, связанный с восприимчивостью, через вакуумный коррелятор аксиального и двух векторных токов, один из которых является током реального фотона. Для того чтобы вычислить такой коррелятор голографически, требуется добавить в действие модели член Черна-Саймонса $\Delta S = S_{CS}(A_L) - S_{CS}(A_R)$, где

$$S_{CS}(A) = \frac{N_c}{24\pi^2} \int tr \left(AF^2 - \frac{1}{2} A^3 F + \frac{1}{10} A^5 \right),$$

т.к. он обладает требуемой чётностью. Подставляя в это действие решения для голографических полей и варьируя по трём источникам, можно получить искомую трёхточечную корреляционную функцию. Операторное разложение получается при подстановке в действие решения для аксиального поля, вычисленного с поправками от кирального конденсата и массы квар-

ков. При этом малым параметром следует считать комбинацию $\frac{m}{\sigma^{1/3}}$ и проводить вычисления при не слишком большом импульсе $Q \ll 1180$ МэВ. Результатом этого вычисления является выражение для магнитной восприимчивости кваркового конденсата в голографии

$$\chi = -2.15 \frac{N_c}{8\pi^2} \frac{1}{f_\pi^2},$$

которое оказывается достаточно близко к оценке Вайнштейна. В этой связи интересно отметить, что голографическое вычисление имеет смысл в том же промежутке импульсов, что и вычисление в рамках гипотезы о пионной доминантности.

Вторая задача **главы 3** связана с вычислением магнитной восприимчивости электрического тока, т.е. двухточечного коррелятора электромагнитных токов во внешнем поле. В лидирующем порядке теории возмущений восприимчивость описывается четырёхточечной корреляционной функцией электромагнитных токов. Для её голографического описания требуется выписать классическое действие в четвёртом порядке по источникам векторного поля, что требует вычисления классических решений вплоть до третьего порядка. Задача решается в пятимерной голографической модели, содержащей векторные калибровочные поля, скалярное бифундаментальное поле и поле дилатона, с

действием

$$S = \left(\frac{N_c}{24\pi^2} \right) \left[2 \int \langle V \wedge F_V \wedge F_A + V \wedge F_A \wedge F_V + A \wedge F_V \wedge F_V \rangle - \int d^4 x dz \sqrt{g} e^{-(\Phi+\phi)} \langle F_V^2 + F_A^2 + 6\chi(z)^2 (A - \partial\pi)^2 + \mathcal{A}^2 (\partial\phi)^2 \rangle \right].$$

Действие на классических решениях удобно представлять в виде суммы диаграмм, содержащих граничные и объёмные функции Грина голографических полей (рис. 1), где вершины определяются соответствующими функционалами в действии. Можно

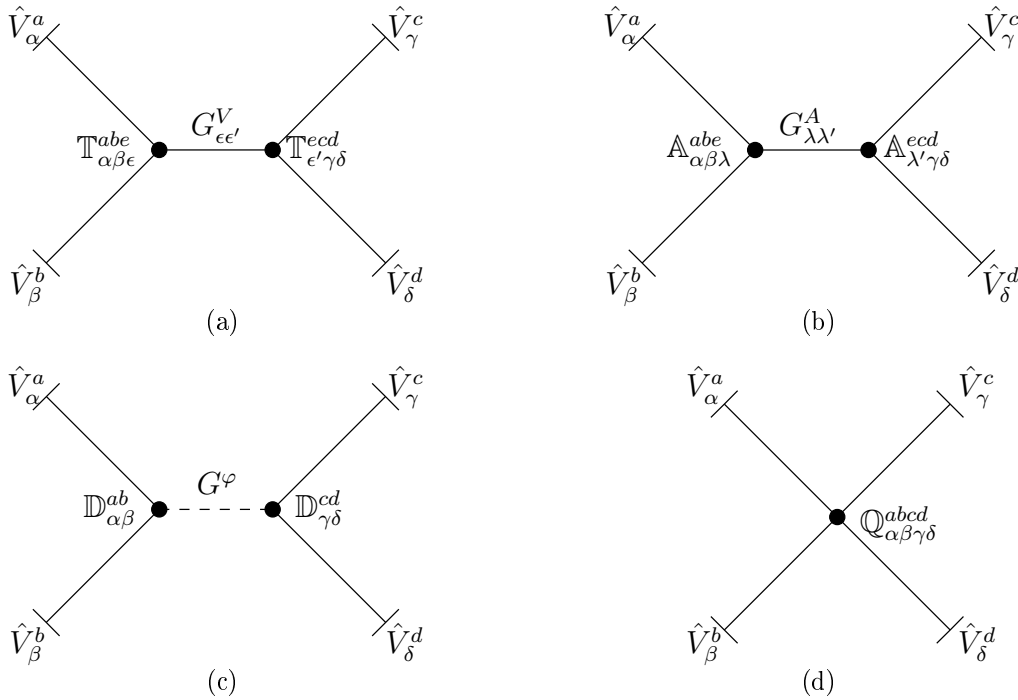


Рис. 1. древесные диаграммы, соответствующие классическому действию четвёртого порядка по граничным значениям векторных полей: а) обмен векторным бозоном, б) обмен аксиально-векторным бозоном, с) обмен дилатоном, д) векторная вершина четвёртого порядка.

показать, что из-за нормировки пропагатора дилатонного поля диаграмма, содержащая обмен дилатоном, всегда оказыва-

ется подавленной по N_c . В случае четырёхточечного коррелятора электромагнитных токов вклад вносит только диаграмма с обменом аксиально-векторным бозоном, содержащая две вершины Черна-Саймонса, т.к. остальные диаграммы обращаются в нуль по групповым свойствам. В результате коррелятор двух электромагнитных токов во внешнем поле имеет вид

$$\langle J_{em}^\alpha(Q) J_{em}^\beta(Q) \rangle_B = \left[\frac{1}{2^4} + 6 \frac{1}{2^2} \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^4} \right] \left(\frac{1}{4} \tilde{F}^{\alpha\lambda}(k_2) \tilde{F}^{\beta\lambda'}(k_1) \right) \times \\ \times (-6) \frac{N_c}{\pi^2} \int dz dz' G_{\lambda\lambda'}^A(z, z', Q) \partial_{z'} v(z', Q) \partial_z v(z, Q) v(z, 0) v(z', 0),$$

где $(\tilde{F}^{\alpha\lambda})$ – дуальная напряжённость внешнего поля, а $G_{\lambda\lambda'}^A(z, z', Q)$ и $v(z, Q)$ – объёмный пропагатор аксиального поля и граничный пропагатор векторного поля, соответственно. Явный вид пропагаторов отличается в каждой конкретной голографической модели. При этом оказывается, что в модели с “мягкой стенкой” диаграммное вычисление не имеет смысла, потому что объёмный пропагатор экспоненциально расходится при удалении от границы AdS , и теория возмущений становится неприменима. Модель с “жесткой стенкой” даёт более удовлетворительный результат

$$\langle J_{em}^\alpha(Q) J_{em}^\beta(Q) \rangle_B \Big|_{HW} = \tilde{F}^{\alpha\lambda}(k_2) \tilde{F}_\lambda^\beta(k_1) \frac{N_c}{\pi^2} Q^4 (0.19 \text{ ГэВ}^{-6}).$$

Можно проверить, что это выражение слабо зависит от величины кирального конденсата и массы кварков, а значит, не связано с нарушением киральной симметрии. Однако оно существенно зависит от положения жесткой стенки в модели, которое описывает нарушение конформной симметрии в КХД и конфайнмент.

Этим можно объяснить и неудовлетворительный результат модели с “мягкой стенкой”, в которой описание конфайнмента проблематично. Стоит также отметить, что разработанная в связи с этой задачей голографическая диаграммная техника может, в принципе, применяться для вычисления корреляторов любых токов КХД любого порядка.

Последней задачей, обсуждаемой в **главе 3**, является задача об адронных поправках к дебаевской массе фотона при высокой температуре во внешнем магнитном поле. Дебаевская масса фотона связана с двухточечным коррелятором электромагнитных токов (поляризационным оператором фотона)

$$m_D^2 = e_q^2 \Pi_{00}(\omega = 0, \vec{k}^2 = -m_D^2),$$

где

$$\Pi_{\mu\nu}(\omega, \vec{k}) = \int d^4x \langle J_\mu(0) J_\nu(x) \rangle e^{i\omega x_0 - i\vec{k}\vec{x}}.$$

Для того чтобы проводить вычисления при конечной температуре (в фазе деконфайнмента КХД), требуется использовать голографическую модель в объемлющем пространстве с метрикой чёрной дыры

$$ds^2 = \frac{r^2}{L^2} (-f_{BH}(r) dt^2 + d^2\vec{x}) + \frac{L^2}{r^2} \frac{dr^2}{f_{BH}(r)}, \quad \text{где } f_{BH}(r) = 1 - \frac{r_0^4}{r^4},$$

и r_0 – радиус горизонта чёрной дыры, связанный с температурой дуальной теории поля. В отсутствие магнитного поля дебаевская масса определяется второй производной квадратичного действия по источникам векторного тока и равна

$$m_D^2 = \frac{N_c}{3} e_q^2 T^2,$$

что совпадает с аналогичным результатом в КЭД.

Для того чтобы вычислить дебаевскую массу во внешнем поле по теории возмущений, можно использовать развитый в предыдущем разделе формализм голографических диаграмм. Ряд разложения по полю содержит диаграммы с растущим числом источников на границе (см. рис. 2). Все эти диаграммы в

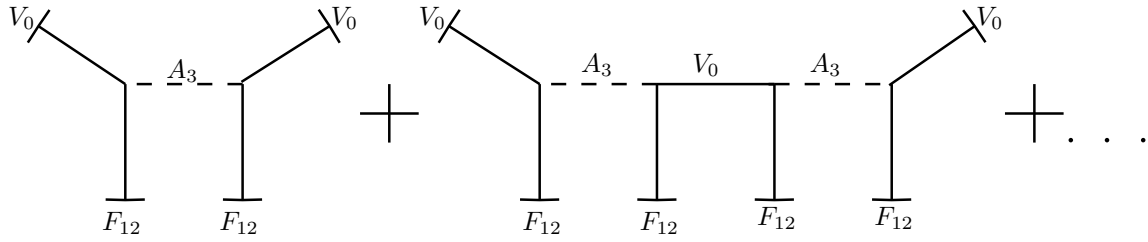


Рис. 2. древесные диаграммы, соответствующие вычислению коррелятора токов во внешнем поле F_{12} .

данной модели можно вычислить, зная граничные и объёмные пропагаторы голографических полей. Например, диаграмма 4-го порядка даёт

$$\begin{aligned} \Pi_{00} \sim (e_q B)^4 \int_0^{r_0} dr_1 dr_2 dr_3 dr_4 \times \\ \times \frac{\partial v_0(r_1)}{\partial r_1} \frac{r_1^2}{L^2} G_i(r_1, r_2) \frac{r_2^2}{L^2} \frac{\partial^2 G_0(r_2, r_3)}{\partial r_2 \partial r_3} \frac{r_3^2}{L^2} G_i(r_3, r_4) \frac{r_4^2}{L^2} \frac{\partial v_0(r_4)}{\partial r_4}, \end{aligned}$$

где G_i и G_0 – объёмные пропагаторы пространственной и временной компонент векторного поля, соответственно. В результате можно получить первые несколько поправок от магнитного поля в дебаевскую массу

$$m_D^2 = e_q^2 \frac{N_c}{6} T^2 \left(1 + 0.0089 \frac{e_q^2 B^2}{T^4} - 0.000021 \frac{e_q^4 B^4}{T^8} + O\left(\frac{e_q^6 B^6}{T^{12}}\right) \right).$$

Аналогично вычисляется магнитная масса экранирования, которая оказывается равной нулю даже при наличии внешнего поля.

В главе 4 обсуждаются голографические вычисления, связанные с нелокальными операторами – петлями Вильсона. Как было показано Шифманом, вакуумное среднее маленькой петли Вильсона, если пренебречь пертурбативными поправками, можно представить в виде операторного разложения

$$W(\mathcal{C}) = 1 - \frac{1}{48} \frac{\langle \alpha_s \text{tr}(G^2) \rangle}{N_c} S^2 + \dots,$$

где второе слагаемое определяется глюонным конденсатом, и S –площадь петли. Аналог этого выражения, но в режиме сильной связи, можно получить голографически. Для этого требуется использовать модель, содержащую глюонный конденсат (например модель Лиу-Цейтлина), и вычислить в ней среднее от маленькой петли Вильсона. С голографической точки зрения петля Вильсона на определённом контуре \mathcal{C} соответствует площади $A(\mathcal{C})$ мирового листа классической струны, натянутого на данный контур на границе AdS

$$\langle W(\mathcal{C}) \rangle = e^{-A(\mathcal{C})}.$$

Площадь поверхности мирового листа, в свою очередь, определяется действием Намбу-Гото в струнной калибровке

$$S_{NG} = \frac{1}{2\pi l_s^2} \int d^2\sigma \sqrt{g},$$

где g – метрика, наведённая на поверхности мирового листа. В отсутствие глюонного конденсата минимальная поверхность,

натянута на круглый контур радиуса R на границе чистого пространства AdS , имеет вид полусферы и описывается в цилиндрических координатах функцией

$$z_0(r) = \sqrt{R^2 - r^2}.$$

Её площадь после вычитания линейной расходимости не зависит от радиуса петли и равна $-L^2$. В метрике, возмущённой глюонным конденсатом, можно вычислить поправку к этому результату и получить искомое слагаемое в операторном разложении петли

$$\delta\langle W \rangle = -\frac{\pi^2\sqrt{2}}{12\sqrt{\lambda}} \frac{\langle \alpha_s \text{tr}(G^2) \rangle}{N_c} R^4,$$

где λ – константа связи т' Хоофта. Этот результат имеет тот же знак и ту же зависимость от N_c , что и выражение Шифмана, однако обладает другой зависимостью от λ . Это естественно, потому что голографические результаты всегда относятся к режиму сильной связи и не обязательно должны совпадать с ответами, полученными при слабой связи.

Аналогично можно установить, что в голографических моделях типа модели Сакаи-Сугимото (в основе которых лежит метрика стопки D4-бран) зависимость рассматриваемого члена операторного разложения от λ совпадает с результатом Шифмана.

Также в **главе 4** исследуется коррелятор двух концентрических петель Вильсона в голографической модели с глюонным конденсатом и влияние конденсата на фазовый переход Гросса-Оогури. Для этого численно находятся минимальные поверхно-

сти, натянутые на два concentрических контура на границе. Они могут быть двух типов – односвязные, изоморфные полутору, и не односвязные, изоморфные двум вложенным друг в друга полусферам. Фазовый переход Гросса-Оогури обусловлен тем, что при увеличении расстояния между петлями (задаваемого параметром $\tau_0 = \operatorname{arccosh} \left(\frac{R_1+R_2}{R_1-R_2} \right)$) площадь односвязной поверхности становится больше площади не односвязной, в результате чего не односвязная поверхность становится более выгодной. Кроме того, при определённой величине расстояния между петлями односвязное решение перестаёт существовать.

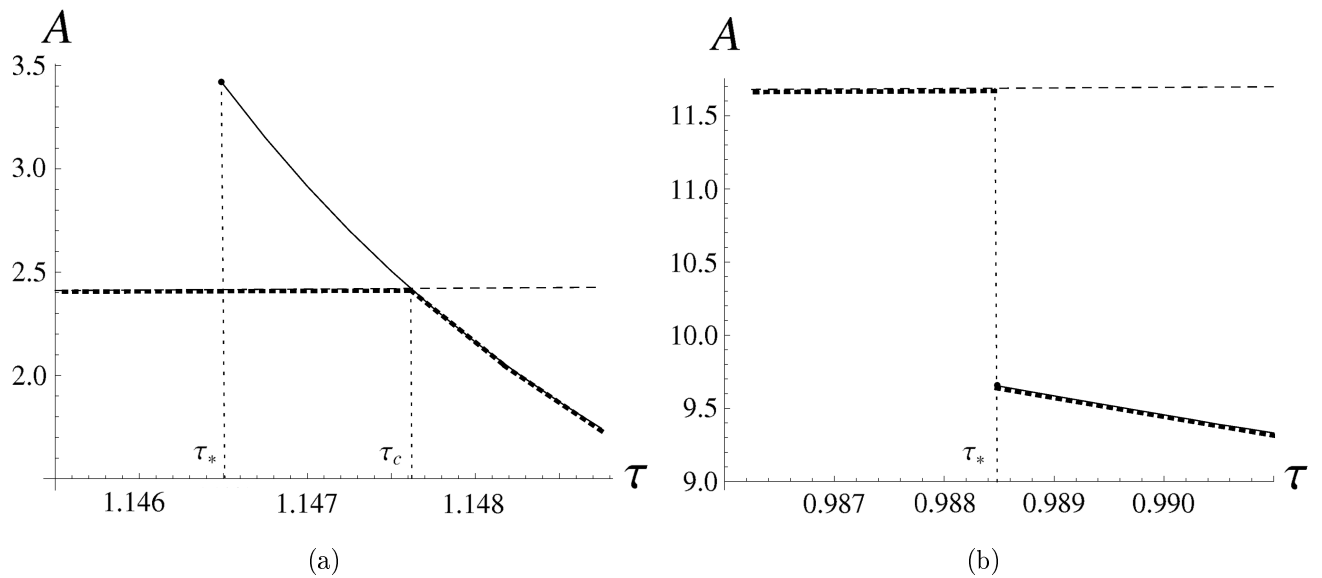


Рис. 3. площадь односвязной (сплошная линия) и не односвязной (пунктирная линия) поверхности в зависимости от τ_0 : а) при $\tilde{\phi} = 1$ фазовый переход гладкий, б) при $\tilde{\phi} = 6$ фазовый переход сопровождается скачком (жирная точечная линия показывает минимальную площадь).

В зависимости от величины глюонного конденсата $\tilde{\phi} \sim R^4 \langle \operatorname{tr}(G^2) \rangle$, можно следить за положением двух интересных точек на прямой τ_0 : τ_* , где односвязное решение перестаёт суще-

ствовать, и τ_c , где площадь односвязной поверхности становится больше площади неодносвязной. Случай, в котором $\tau_c > \tau_*$, изображён на рис. 3(а). Однако учёт глюонного конденсата смещает точку фазового перехода к большим расстояниям между петлями, а следовательно – меньшим τ_c . Это естественно, так как конденсат приводит к увеличению площади поверхности, причём площадь неодносвязной поверхности увеличивается сильнее, т.к. она распространяется глубже в объемлющее пространство, где влияние конденсата оказывается более существенным. При достаточно большом значении $\tilde{\phi}$ точка фазового перехода может достичь τ_* . Таким образом, может иметь место ситуация, при которой площадь односвязной области остаётся меньше площади неодносвязной при всех значениях τ_0 , при которых первая существует, как это показано на рис. 3(б). В этом случае фазовый переход происходит при $\tau_0 = \tau_*$, и изменение формы минимальной поверхности сопровождается скачком её площади. В результате переход Гросса-Оогури меняет свой род. В численных исследованиях было обнаружено, что такая ситуация действительно реализуется, и определено значение $\tilde{\phi}$, при котором происходит изменение рода фазового перехода: $\tilde{\phi}_{cr} \approx 4.3$. Интересно, что изменение рода фазового перехода происходит при размерах петель порядка обычного адронного масштаба ($\sim \Lambda_{QCD}$) и может иметь отношение к низкоэнергетической физике адронов.

В Заключении подводятся основные итоги работы.

Публикации автора по теме диссертации

- [1] A. Krikun, “On two-point correlation functions in AdS/QCD,” *Phys. Rev. D* **77**, 126014 (2008)
- [2] J. Erdmenger, A. Gorsky, P. N. Kopnin, A. Krikun, A. V. Zayakin, “Low-Energy Theorems from Holography,” *JHEP* **1103**, 044 (2011).
- [3] A. Gorsky and A. Krikun, “Magnetic susceptibility of the quark condensate via holography,” *Phys. Rev. D* **79**, 086015 (2009)
- [4] A. Krikun, “Four-point correlator of vector currents and electric current susceptibility in holographic QCD,” *Phys. Lett. B* **692**, 36 (2010)
- [5] A. Gorsky, P. N. Kopnin, A. Krikun, “Anomalous QCD Contribution to the Debye Screening in an External Field via Holography,” *Phys. Rev.* **D83**, 066012 (2011).
- [6] P. N. Kopnin, A. Krikun, “Wilson loops in holographic models with a gluon condensate,” *Phys. Rev.* **D84**, 066002 (2011).