

# Энергия и масса в теории относительности

Доклад при вручении премии И. Я. Померанчука  
9 февраля 2009 г.

Л. Б. Окунь  
ИТЭФ, Москва, Россия

# Введение

Премия Померанчука – высочайшая награда для меня. Следуя традиции, я должен рассказать о том, что для меня в данный момент важней всего. В последние годы основными для меня были усилия по спасению ИТЭФ, оставленного нам в наследство Исааком Яковлевичем, и попытки очистить преподавание теории относительности от того, что А.И.Герцен назвал полуистинами. Одной из таких полуистин является самая знаменитая формула физики  $E = mc^2$ .

# План доклада

## Термины и суть

- Герцен о науке

- Теория относительности

- Эйнштейн о термине “теория относительности”

- Планк о термине “теория относительности”

- Самая знаменитая формула

## Свободная частица

- Ключевая формула теории относительности

- Энергия и импульс

- Четырёхмерный мир Минковского

- Максимальная скорость в природе

- Единица скорости и размерности

- Истинная формула Эйнштейна

## “Вирусы”

Кто общей?

Вирусы “релятивистской массы” и “массы покоя”

“Замечательный факт”

Уточнение

Связь с механикой Ньютона

Другие “массы”

## Обобщённая потенциальная энергия

Фейнмановская диаграмма с гравитоном

Яблоко и фотон

О полной энергии  $\mathcal{E}$  и полной энергии покоя  $\mathcal{E}_0$

Опыт Паунда-Ребки

В каком смысле краснеет фотон ?

Три канонических эксперимента ОТО

## Заключение

Масса: подведём итоги

Байка Чука

Померанчук и масса фотона

# Часть 1

## Термины и суть

# Герцен о науке

“ Наука кажется трудною не потому, что она [была] в самом деле трудна, а потому, что иначе не дойдёшь до её простоты, как пробившись сквозь тьму тем готовых понятий, мешающих прямо видеть...

...не отбросив все *полулжи*, которыми для понятности облекают *полуистины*, нельзя войти в науку, нельзя дойти до целой истины.”

А.И.Герцен, Письма об изучении природы. Письмо первое.  
Сочинения, том второй, Москва, 1955, стр 126

# Теория относительности

Термин “ теория относительности Эйнштейна” был придуман и введён в физику Максом Планком. Впоследствии и Планк, и Эйнштейн отмечали, что термин не вполне удачен, т.к. подчёркивает одну сторону теории и этим затеняет другую, более существенную. Эта другая сторона заключается в том, что в теории имеются не только относительные величины, такие, скажем, как импульс и энергия частицы, но и играющие очень важную роль абсолютные, инвариантные величины, такие, как масса частицы и скорость света, численные значения которых не зависят от системы отсчёта.

# Эйнштейн о термине “теория относительности”

Эйнштейн писал, что термин “теория инвариантности” ему кажется более правильным, чем “теория относительности”.  
“А теперь о названии “теория относительности”. Я признаю, что оно неудачно и послужило причиной философских недоразумений.”

The Quotable Einstein, Collected and edited by Alice Calaprice,  
Princeton, 1996, page 170

# Планк о термине “теория относительности”

“ Часто произносимая фраза “ Всё относительно” также вводит в заблуждение, потому что она бессмысленна. Таким образом, в основе так называемой теории относительности заложено нечто абсолютное... Прежде всего теория относительности придаёт абсолютный смысл... скорости света.”

Макс Планк, Научная автобиография, в книге “Избранные труды”, Наука, 1975, стр 662

Предупреждения Эйнштейна и Планка сыграли свою роль: даже далёкие от науки люди не думают сегодня, что согласно теории относительности “всё относительно”. Но большинство из них уверены, что согласно теории относительности  $E = mc^2$ .

# Самая знаменитая формула

Самая знаменитая формула  $E = mc^2$ , которая стала иконой физики, в известном смысле похожа на высказывание “Всё относительно”. Я постараюсь показать, что она столь же легкомысленна.

## Часть 2

### Свободная частица

# Ключевая формула теории относительности

Все, кто изучал теорию относительности, знают, что ключевой в этой теории является формула

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4,$$

где  $E$  – энергия тела,  $\mathbf{p}$  – его импульс,  $m$  – его масса,  $c$  – скорость света.

Чем больше импульс, тем больше энергия. Масса же от импульса не зависит.

# Энергия и импульс

Энергия  $E$  – самая общая мера всех процессов в природе. В этих процессах различные виды энергии переходят друг в друга.

Импульс  $\mathbf{p}$  – самая общая мера всех движений в природе. Энергия – скаляр, а импульс – вектор в нашем трёхмерном пространстве.

Энергия и импульс изолированной системы тел сохраняются (не меняются со временем).

# Четырёхмерный мир Минковского

В 1908 году Минковский ввёл понятие четырёхмерного псевдоевклидова мира, объединяющего время и трёхмерное евклидово пространство. В теории относительности энергия и импульс частицы объединяются в четырёхмерный вектор энергии-импульса  $p$  с компонентами  $E$  и  $\mathbf{p}$ . Псевдоевклидова длина этого 4-импульса равна  $mc^2$ .

# Максимальная скорость в природе

В теории относительности импульс частицы связан с её скоростью соотношением

$$\mathbf{p} = \mathbf{v}E/c^2.$$

Для частиц света – фотонов –  $m = 0$ ,  $|\mathbf{p}|c = E$ , и поэтому  $v = c$  в любой системе отсчёта.

Если бы фотоны были слегка массивны, их скорость зависела бы от системы отсчёта, но все формулы теории относительности остались бы неизменными. Итак,  $c$  – это максимальная скорость частиц в природе независимо от того, какова скорость света.

# Единица скорости и размерности

В теории относительности удобно использовать такие физические единицы, в которых единицей скорости является  $c$ . Поскольку  $c/c=1$ , то в этих единицах масса определяется соотношением  $E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2$ ,

а импульс, скорость и энергия связаны соотношением  $\mathbf{p} = \mathbf{v}E$ .

При  $c=1$  скорость  $\mathbf{v}$  безразмерна, а энергия  $E$ , импульс  $\mathbf{p}$ , и масса  $m$  имеют одинаковые размерности и единицы измерения, например электронвольты. Эта редукция размерностей является одним из серьёзнейших камней преткновения при изучении теории относительности

# Истинная формула Эйнштейна

Если тело покоится, то его импульс  $\mathbf{p}$  равен нулю.

Энергию покоящегося тела принято, следуя Эйнштейну, обозначать  $E_0$  и называть энергией покоя.

Из ключевой формулы сразу же следует, что истинная формула Эйнштейна имеет вид:

$$E_0 = mc^2,$$

или в системе единиц, где  $c = 1$ ,

$$E_0 = m.$$

# Часть 3

“Вирусы”

# Кто общей?

Итак, мы видим, что знаменитой формулы  $E = mc^2$  в теории относительности нет. А есть формула  $E_0 = mc^2$ .

Тем не менее в общепhilosophическом смысле первая формула выражает взаимоотношение энергии и массы более компактно и, возможно, более общó, чем вторая.

В каждой покаящейся частице вещества таится огромная энергия. Это и было великим открытием Эйнштейна! А то, что это энергия покая, так это в общепhilosophическом смысле несущественно, поскольку энергия покая может превращаться в другие формы энергии: кинетическую, потенциальную, химическую, электроэнергию, и т. д.

Разумеется, конкретна только вторая формула. В ней чётко подразумевается, что речь идёт именно об энергии покоящейся частицы, а не об энергии вообще.

Если же первую формулу понимать не общефилософски, а конкретно применять её, скажем, к одной движущейся частице, то немедленно возникает вереница нелепостей. Главная из них это представление о том, что масса тела растёт с ростом его скорости.

# Вирусы “релятивистской массы” и “массы покоя”

Представление о массе, растущей со скоростью, возникло на стыке XIX и XX веков. Оно заполонило не только средства массовой информации и научно-популярную литературу, но даже университетские учебники и серьёзные монографии, написанные такими выдающимися физиками, как Борн, Фейнман, Фок. Масса, определяемая соотношением  $m = E/c^2$ , получила в них название “релятивистская масса”, а обычная масса  $m$  получила название “масса покоя” и обозначение  $m_0$ . Самое плохое в этом, что очень часто “релятивистскую массу” называют просто массой, окончательно запутывая не только начинающих студентов, но и некоторых профессиональных физиков.

# “Замечательный факт”

В своей “Научной автобиографии “ Планк писал: “ ... я смог установить один, по моему мнению, замечательный факт. Обычно новые научные истины побеждают не так, что их противников убеждают и они признают свою неправоту, а большей частью так, что противники эти постепенно вымирают, а подрастающее поколение усваивает истину сразу”.  
Макс Планк, Избранные произведения, Наука, 1975, стр 656-657.

# Уточнение

Я хотел бы добавить в качестве уточнения этого глубоко верного наблюдения, что иногда, прежде чем “вымереть”, противники нового успевают “заразить старыми вирусами” среду обитания потомков. В результате утверждения, далёкие от истины, могут передаваться всё новым поколениям. Именно это и произошло с формулой  $E = mc^2$  и терминами “релятивистская масса” и “масса покоя”. В частности, из-за заражённости ими научно-популярной литературы вот уже более ста лет теория относительности превратно связывается с представлением о том, что масса тела якобы растёт с ростом его скорости

# Связь с механикой Ньютона

Часто для обоснования того, что масса зависит от скорости, используется подмена релятивистской формулы  $\mathbf{p} = E\mathbf{v}/c^2$  нерелятивистской формулы  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ . При этом полагается, что мерой инерции служит масса, в то время как в действительности мерой инерции служит энергия, которая лишь в нерелятивистском пределе с хорошей точностью совпадает с энергией покоя и эквивалентной ей массой.

## Другие “массы”

Путаницу усиливают другие “массы”, сплошь и рядом встречающиеся в литературе по теории относительности: “инертная масса” и “гравитационная масса”. Первая, как и “релятивистская масса”, служит у многих авторов мерой инерции. Вторая – мерой взаимодействия тела с гравитационным полем, так сказать “гравитационным зарядом” тела.

## Обобщённая потенциальная энергия

# Фейнмановская диаграмма с гравитоном

Опишем гравитационное притяжение частицы с массой  $m$  и импульсом  $\mathbf{p}$  к массивному объекту с массой  $M$  фейнмановской диаграммой с виртуальным гравитоном, взаимодействующим с тензором энергии-импульса. Как показано в статье “Теория относительности и теорема Пифагора”, УФН **178** 2008 653, это притяжение имеет вид:  $\mathcal{U} = GMT/r$ , где  $G$  – константа Ньютона,  $r$  – расстояние от массивного объекта до частицы, а  $T \equiv (E^2/c^2 + \mathbf{p}^2)/E$ . Назовём  $\mathcal{U}$  обобщённой потенциальной энергией, поскольку, в отличие от потенциальной энергии нерелятивистской механики  $U$ , она зависит не только от координаты, но и от импульса тела. К счастью, в слабых гравитационных полях эта зависимость очень мала, а теория возмущений работает здесь с непревзойдённой точностью.

# Яблоко и фотон

При  $\mathbf{p} = 0$  (яблоко) получаем  $T = E_0/c^2 = m$ , как и должно быть в механике Ньютона, а при  $m = 0$  (фотон)  $T = 2E/c^2$ . Именно этот коэффициент 2 нашёл Эйнштейн в 1916 году, когда в рамках общей теории относительности предсказал величину угла отклонения света звезды в гравитационном поле Солнца. В 1919 году, когда это отклонение было впервые измерено, оно принесло ему мировую славу.

## О полной энергии $\mathcal{E}$ и полной энергии покоя $\mathcal{E}_0$

Если для свободной частицы сохраняется сумма энергии покоя и кинетической энергии

$$E = \sqrt{\mathbf{p}^2 c^2 + m^2 c^4} = E_0 + E_{kin},$$

то для частицы, находящейся во внешнем потенциале, сохраняется полная энергия  $\mathcal{E} = E + \mathcal{U}$ .

Для покоящейся частицы  $\mathcal{U} = U$  и, следовательно,  $\mathcal{E}_0 = mc^2 + U$ . При медленном адиабатическом перемещении такой частицы (например, при подъёме её с первого на второй этаж дома) затрачиваемая энергия уходит на изменение потенциальной энергии, так что  $\Delta \mathcal{E}_0 = \Delta U$ .

Рассмотрим изменение разности энергий двух уровней атома с массами  $m_1 < m_2$  при переносе атома с этажа на этаж.

Поскольку  $U$  пропорционально  $m$ , то  $\Delta U_1 < \Delta U_2$  и, следовательно,  $\Delta \mathcal{E}_{01} < \Delta \mathcal{E}_{02}$ . А это значит, что разность энергий двух уровней атома тем больше, чем выше этаж, на который атом подняли.

# Опыт Паунда-Ребки

Именно это явление, подтверждающее теорию относительности, было наблюдаено в известном опыте Паунда и Ребки. В этом опыте  $\gamma$ -кванты, испущенные возбуждёнными атомными ядрами в подвале не могли возбудить те же ядра на чердаке. При этом полная энергия  $\mathcal{E}$   $\gamma$ -квантов при их полёте вверх не менялась, поскольку возрастание потенциальной энергии  $\mathcal{U}$  компенсировалось уменьшением кинетической энергии  $E_{kin}$ , равной для фотона  $E$ .

# В каком смысле краснеет фотон ?

Зачастую можно прочесть, что разность энергий атомных уровней не зависит от высоты, а фотон, преодолевая гравитационное притяжение краснеет и теряет энергию. Мы убедились, что на самом деле разность уровней атома растёт с высотой. Фотон же действительно краснеет, т. к. подобно летящему вверх камню, теряет импульс и кинетическую энергию, но его полная энергия  $\mathcal{E}$  остаётся неизменной.

# Три канонических эксперимента ОТО

Зачастую можно прочесть, что только общая теория относительности способна объяснить покраснение фотонов в опыте Паунда-Ребки, отклонение луча света гравитационным полем Солнца и вековую прецессию перигелия орбиты Меркурия. При этом утверждают, что в выражении  $T = E/c^2 + \mathbf{p}^2/E$  первое слагаемое надо обязательно понимать как релятивистскую массу, а второе – как кривизну пространства в общей теории относительности.

Выше мы убедились в том, что покраснение фотонов описывается специальной теорией относительности в низшем порядке теории возмущений по гравитационному взаимодействию (т.е. в полюсном приближении по гравитону). Легко показать, что в этом же приближении описывается и гравитационное отклонение светового луча.

Что касается перигелия орбиты Меркурия, то в литературе показано, что и она может быть описана в рамках СТО, но лишь в следующем порядке теории возмущений по  $G$ .

# Часть 5

## Заключение

# Масса: подведём итоги

В теории относительности нет места для таких терминов, как “релятивистская масса”, “масса покоя”, “инертная масса”, “гравитационная масса”. Масса тела есть мера инерции и мера гравитационного притяжения лишь для покоящегося тела.

Широко распространено заблуждение, что масса должна быть аддитивная величина. Но масса двух тел равна сумме их масс лишь тогда, когда эти тела покоятся относительно друг друга. Энергии тел аддитивны, импульсы аддитивны, а массы тел, движущихся относительно друг друга, не аддитивны.

Масса равна энергии покоя только для свободного тела. Если тело находится во внешнем поле, то энергия покоя включает не только массу, но и потенциальную энергию.

# Байка Чука

Исаак Яковлевич ввёл меня в физику элементарных частиц, учил считать, читать и думать. Я не уверен, что он одобрил бы выбранную мной тему доклада. Более полувека тому назад он рассказал мне байку о том, как некий доцент слушал вместе со своим аспирантом доклад старого профессора. После доклада доцент сказал: "Обещайте мне, что если я в старости буду нести подобную чушь, Вы скажете мне об этом." Прошли годы, доцент стал профессором, а аспирант - доцентом. И после доклада своего учителя он напомнил ему о своём обещании. " Но это лучший доклад в моей жизни!", - воскликнул профессор.

# Померанчук и масса фотона

Исаак Яковлевич скончался 14 декабря 1966 года. За несколько месяцев до смерти он пришёл в комнату, где сидели Игорь Юрьевич Кобзарев и я, и задал нам вопрос об экспериментальных пределах на массу фотона. До ответа мы додумались, когда Исаака Яковлевича уже не стало. Для меня вопрос о массе фотона послужил отправной точкой в продумывании оснований теории относительности.